



**ERMANNO ABBATE, FRANCESCO CARENINI, ALESSANDRO CERATI
CHIARA DALPASSO, ELENA MICHELINI, ANDREA PESSOTTO**

ASTRAZIONI STENOGRAFICHE

CONCETTI CHIAVE PER VIVERE CONSAPEVOLMENTE LA NOSTRA SOCIETÀ

COLLEGIO.UNIBO.IT

Bologna
University Press

ASTRAZIONI STENOGRAFICHE

IV

**SUPERVISIONE
BEATRICE FRABONI**

**CURATORE
MATTEO CERRI**

ERMANN0 ABBATE, FRANCESCO CARENINI, ALESSANDRO CERATI
CHIARA DALPASSO, ELENA MICHELINI, ANDREA PESSOTTO

ASTRAZIONI STENOGRAFICHE



IV

CONCETTI CHIAVE PER VIVERE CONSAPEVOLMENTE
LA NOSTRA SOCIETÀ

COLLEGIO.UNIBO.IT

Bologna
University Press

La pubblicazione beneficia del contributo del Collegio Superiore dell'Università di Bologna, a valere sul finanziamento ex DM 231/2023 del Ministero dell'Università e della Ricerca.

Fondazione Bologna University Press
Via Saragozza 10
40123 Bologna
tel. (+39) 051 232882
fax (+39) 051 221019

© 2025 Bologna University Press
ISBN 979-12-5477-651-3
ISBN online 979-12-5477-652-0
DOI: 10.30682/9791254776520

www.buonline.com
e-mail: info@buonline.com

Quest'opera è pubblicata sotto licenza Creative Commons  BY-NC-SA 4.0

Progetto grafico: Alessio Bonizzato

Layout: Design People (Bologna)

Impaginazione: Angelica Vio

Prima edizione: novembre 2025

SOMMARIO

7 PEFZIONE

Beatrice Fraboni, Matteo Cerri

9 UNIVERSO FAI-DA-TE

UN MODELLO CLASSICO DI SPAZIO-TEMPO

Alessandro Cerati

27 ERRORI NELLA SCIENZA

COSA ASPETTARSI DA CHI NON ASPETTA

Chiara Dalpasso

43 L'ACCESSO ALL'ABORTO IN AMERICA LATINA

LA MAREA VERDE E LA LEGALIZZAZIONE IN ARGENTINA E MESSICO

Andrea Pessotto

63 ESPLORARE L'UNIVERSO INVISIBILE

L'ALBA DEI TELESCOPI DI NEUTRINI

Francesco Carenini

85 LA QUADRATURA DEL CERCHIO COME METAFORA

DALLA LETTERATURA GRECA ALLA POESIA CONTEMPORANEA

Ermanno Abbate, Elena Michelini

PREFAZIONE

Questo volume raccoglie i contributi di studenti e studentesse del Collegio Superiore dell'Università di Bologna. I testi nascono all'interno di un percorso di formazione avanzata, ma si rivolgono a un pubblico più ampio, interessato a riflessioni che uniscono scienza, filosofia e società.

Ogni capitolo affronta un tema diverso, ma tutti condividono lo stesso intento: capire meglio il nostro tempo attraverso gli strumenti del pensiero critico. Si parla dei limiti della fisica teorica e del significato dello spazio e del tempo, dell'errore come parte integrante del metodo scientifico, dei diritti legati alla libertà di scelta, delle nuove frontiere dell'astrofisica e della ricerca di equilibrio tra rigore e intuizione nel sapere umano.

Nel loro insieme, questi scritti mostrano la vitalità intellettuale di una generazione che sa unire metodo e immaginazione. In un periodo in cui la comunicazione tende a semplificare, i giovani autori e autrici di questo volume scelgono la via più esigente: quella dell'argomentazione, del confronto e della profondità.

Leggerli significa entrare in un laboratorio di idee dove la conoscenza è intesa come esercizio di libertà e come modo per abitare consapevolmente la complessità del mondo.

Beatrice Fraboni
già Direttrice del Collegio Superiore

Matteo Cerri
Curatore della collana

UNIVERSO FAI-DA-TE

UN MODELLO CLASSICO DI SPAZIO-TEMPO

ALESSANDRO CERATI

I. INTRODUZIONE

Cosa fanno i fisici tutto il giorno? Leggono articoli, scrivono equazioni e fanno calcoli, per cosa? Che idea hanno di sé? Se glielo chiedete, molti vi diranno una cosa forse inaspettata: sono dei modellisti. Costruiscono modelli, vi diranno, per provare prima a descrivere e poi a prevedere il mondo.

Un modello, in effetti, non è che una rappresentazione semplificata di una parte della realtà. Può essere solido come un treno in miniatura, ma anche mentale come un'idea intuitiva di come funziona un oggetto, oppure di natura ancora diversa. In fisica, i modelli sono soprattutto matematici, composti da entità astratte come numeri, vettori e funzioni. Se costruiti e usati con cura, questi modelli permettono di fare previsioni matematicamente esatte. Solitamente, preso uno di essi, i suoi meccanismi matematici interni non sono in dubbio. La domanda è piuttosto se esso fornisca una buona descrizione della realtà.

In questo testo costruiremo un modello di spazio-tempo. Faremo in modo che esso descriva matematicamente i concetti intuitivi di "spazio" e "tempo" e li riunisca in un'unica entità. Sarà un modello *classico*, cioè non terrà conto delle scoperte di Albert Einstein sulla relatività. Nella prima parte faremo proprio come un modellista che prova a riprodurre in miniatura il funzionamento di un treno o di un'automobile. Il modellista usa parti simili a quelle dell'originale, ma in miniatura. Noi invece useremo "parti" simili all'originale, ma *astratte*. Con questo aggettivo intendo che individueremo alcune caratteristiche fondamentali e ci "scorderemo" delle altre, per ottenere oggetti matematici ai quali possiamo ricondurre il comportamento di concetti anche molto diversi tra loro. Il nostro emporio di modellistica sarà la matematica, e mentre ci aggiriamo tra gli scaffali potremo anche vedere per quali altri progetti i nostri colleghi modellisti stanno usando le stesse parti. Una volta individuati i componenti matematici, potremo metterli insieme in maniera rigorosa ma semplice. Otterremo così senza troppa fatica un modello "ben oliato" che riproduca ciò che vediamo ogni giorno ma spesso diamo per scontato: il comportamento e la natura dello spazio e del tempo. L'impostazione di questa prima parte, lo "schema costruttivo" del modello, seguirà il procedimento proposto da John D. Norton in *Philosophy of Space and Time*. Nella seconda parte dell'articolo, porteremo il nostro modello appena costruito a una convention, dove insieme ad altri hobbisti – il filosofo Zenone di Elea e i matematici Stefan Banach e Alfred Tarski – lo esamineremo per provarne la qualità. Ne saggeremo l'aderenza alla realtà, vedendo come si muove e se ci sono "pezzi di troppo" o, viceversa, "pezzi mancanti", e proveremo a vedere come aggiustare questi problemi. Infine, Einstein in persona ci presenterà il suo modello relativistico.

2. COSTRUIRE IL MODELLO

Se vogliamo costruire un modello, dobbiamo scegliere quali aspetti imitare e quali ignorare. Quindi, il primo passo è chiederci quali caratteristiche fondamentali ci aspettiamo che spazio e tempo abbiano, senza cui non ci sembrerebbero più tali. Possiamo selezionare sei di queste caratteristiche che richiediamo nel nostro modello, dando a ciascuna un nome per comodità.

1. *Unidimensionalità del tempo e tridimensionalità euclidea dello spazio*: tempo e spazio sono separati. Nel tempo c'è solo una direzione, “prima-dopo”, mentre nello spazio ci sono tre direzioni perpendicolari l'una all'altra: “avanti-indietro”, “destra-sinistra” e “su-giù”. Le forme geometriche nello spazio sono descritte idealmente dalla geometria euclidea, quella che abbiamo imparato a scuola: ad esempio, la somma degli angoli di un triangolo è 180° .
2. *Accumulazione*: tra due momenti nel tempo ce ne sono sempre infiniti altri. Tra due punti nello spazio, ce ne sono sempre infiniti altri.
3. *Omogeneità*: non ci sono momenti o luoghi speciali in cui le leggi della fisica sono diverse. I circuiti di un rover marziano funzionano nello stesso modo in laboratorio sulla Terra prima del lancio e su Marte una volta arrivato.
4. *Isotropia*: non ci sono nemmeno direzioni speciali. Eliminando attriti e forze esterne, un oggetto si muove allo stesso modo in tutte le direzioni. Per il tempo può sembrare che questo non valga, ma per costruire il nostro modello dobbiamo pensare a processi semplici. In questo caso se facciamo un video, ad esempio di due biglie che si scontrano, e lo mandiamo al contrario, è effettivamente difficile distinguere le due versioni.
5. *Covarianza*: il comportamento di un sistema non dipende da come lo descriviamo. Se usiamo secondi o minuti, metri o pollici, se ci avviciniamo o allontaniamo, se guardiamo attraverso un cannocchiale o un microscopio, ciò che accade non cambia.
6. *Relatività galileiana*: un osservatore non può stabilire se si muove a velocità costante o se è fermo e sono tutti gli oggetti intorno a lui a muoversi a velocità costante: le leggi della fisica non cambiano fra i due casi.

Il principio di relatività galileiana è forse quello che può sembrare più dubbio. In modo particolarmente convincente lo ha descritto un nostro collega modellista, Galileo Galilei, con il suo esperimento (mentale) “del Naviglio”:

Riserratevi con qualche amico nella maggiore stanza che sia sotto coverta di alcun gran navilio, e quivi fate d'aver mosche, farfalle e simili animalletti volanti; siavi anco

un gran vaso d'acqua, e dentrovi de' pescetti; sospendasi anco in alto qualche secchiello, che a goccia a goccia vadia versando dell'acqua in un altro vaso di angusta bocca, che sia posto a basso: e stando ferma la nave, osservate diligentemente come quelli animaletti volanti con pari velocità vanno verso tutte le parti della stanza; i pesci si vedranno andar notando indifferentemente per tutti i versi; le stille cadenti entreranno tutte nel vaso sottoposto; e voi, gettando all'amico alcuna cosa, non piu gagliardamente la dovrete gettare verso quella parte che verso questa, quando le lontananze sieno eguali; e saltando voi, come si dice, a piè giunti, eguali spazii passerete verso tutte le parti. Osservate che avrete diligentemente tutte queste cose, benché niun dubbio ci sia che mentre il vassello sta fermo non debbano succeder così, fate muover la nave con quanta si voglia velocità; che (pur che il moto sia uniforme e non fluttuante in qua e in là) voi non riconoscerete una minima mutazione in tutti li nominati effetti, né da alcuno di quelli potrete comprender se la nave cammina o pure sta ferma: voi saltando passerete nel tavolato i medesimi spazii che prima, né, perché la nave si muova velocissimamente, farete maggior salti verso la poppa che verso la prua, benché, nel tempo che voi state in aria, il tavolato sottopostovi scorra verso la parte contraria al vostro salto; e gettando alcuna cosa al compagno, non con più forza bisognerà tirarla, per arrivarlo, se egli sarà verso la prua e voi verso poppa, che se voi fuste situati per l'opposito; le goccioline cadranno come prima nel vaso inferiore, senza caderne pur una verso poppa, benché, mentre la gocciola è per aria, la nave scorra molti palmi; i pesci nella lor acqua non con più fatica noteranno verso la precedente che verso la susseguente parte del vaso, ma con pari agevolezza verranno al cibo posto su qualsivoglia luogo dell'orlo del vaso; e finalmente le farfalle e le mosche continueranno i lor voli indifferentemente verso tutte le parti, né mai accaderà che si riduchino verso la parete che riguarda la poppa, quasi che fussero stracche in tener dietro al veloce corso della nave, dalla quale per lungo tempo, trattenendosi per aria, saranno state separate; e se abbruciando alcuna lagrima d'incenso si farà un poco di fumo, vedrassi ascender in alto ed a guisa di nugoletta trattenervisi, e indifferentemente muoversi non più verso questa che quella parte.

(Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo, 1632)

Il nostro modello di spazio-tempo farà da base per praticamente ogni altro modello fisico, quindi qualsiasi previsione dipenderà in teoria dalla sua accuratezza. Se però non vogliamo chiamare in causa particolari processi, possiamo comunque usarlo per ottenere le relazioni fra tempo e spazio per un oggetto che segue un certo moto (le *leggi orarie*) e le distanze temporali e spaziali fra istanti o luoghi. Queste sono le previsioni tipiche della branca della fisica nota come *cinematica*.

Abbiamo definito i “requisiti di progetto” (le sei caratteristiche) e il campo di applicazione (la cinematica) per il nostro modello. Ora è il momento di iniziare davvero a costruirlo.

2.1 DISTANZE, DIMENSIONALITÀ E ACCUMULAZIONE

È giunto il momento di scegliere i pezzi da utilizzare. Nell'emporio della matematica, i componenti sono tantissimi, ma ben categorizzati. La domanda, quindi, è in che zona iniziare a cercare. Abbiamo appena detto che vogliamo poter stabilire le distanze temporali tra momenti e quelle spaziali tra punti. In senso stretto sono concetti diversi, ma hanno alcune caratteristiche in comune che ci fanno pensare a un concetto astratto di *distanza*. Vediamo quali sono:

1. la distanza tra due istanti o punti distinti è positiva, tra due coincidenti è 0;
2. la distanza è la stessa da A a B e da B a A ;
3. la distanza rispetta la *disuguaglianza triangolare*: così come un lato di un triangolo non può essere maggiore della somma degli altri due, la distanza diretta tra A e B non può essere maggiore della somma delle distanze tra A e C e C e B .

In matematica si usa spesso un tipo di funzioni, dette appunto *distanze*, che associano a ogni coppia di elementi di un certo insieme un numero che ha proprio queste proprietà. Una distanza e il suo insieme sono riunite in una struttura detta *spazio metrico*. Un esempio di spazio metrico è lo spazio fisico tridimensionale con la distanza fisica tra due punti, ma sono spazi metrici anche il piano cartesiano con la distanza data dal teorema di Pitagora e l'insieme delle stazioni ferroviarie italiane con il tempo necessario per viaggiare in treno dall'una all'altra. Quest'ultima è una distanza anche se in treno non possiamo muoverci come vogliamo tra le stazioni, ma dobbiamo seguire i binari. Vediamo quindi che il concetto di spazio metrico è molto generale, e in effetti è molto usato in matematica e in fisica.

Ci viene naturale pensare di usare due spazi metrici: uno per rappresentare il tempo e uno per rappresentare lo spazio. Uno degli spazi metrici più semplici, un componente di cui ogni hobbista ha varie copie, è l'insieme dei numeri reali $\mathbb{R}$ con il valore assoluto della differenza fra due numeri come distanza. Ci accorgiamo che questo insieme sembra adatto a rappresentare il tempo: ci possiamo muovere solo in una direzione, "aumentare-diminuire" (ricordiamo che *non* vogliamo un tempo ordinato), e tra due numeri reali ne esistono sempre infiniti altri. Esso soddisfa quindi i requisiti di unidimensionalità del tempo e di accumulazione.

$\mathbb{R}$ però chiaramente non soddisfa il requisito di tridimensionalità: dovremo quindi trovare un altro spazio metrico per rappresentare lo spazio fisico. Questa volta, per scegliere un altro insieme, possiamo pensare alle caratteristiche degli spostamenti nello spazio. Se ci spostiamo di una certa distanza in una certa direzione e poi ci spostiamo di nuovo, possiamo pensare al nostro spostamento totale come

alla *somma* dei due spostamenti. Se ci spostiamo prima di 2 metri verso destra, e poi di altri 2 nella stessa direzione, il risultato è uno spostamento di 4 metri. Se invece invertiamo la direzione, otteniamo uno spostamento “opposto” che ci fa tornare dov'eravamo all'inizio. Se percorriamo metà del tragitto, abbiamo uno spostamento nella stessa direzione ma di lunghezza dimezzata. Se dopo esserci spostati di 3 metri a nord ci spostiamo di 4 a est, in totale ci siamo mossi di 5 metri a nord-est. In matematica, queste proprietà si trovano negli *spazi vettoriali*, insiemi in cui è definita una “somma” tra elementi (*vettori*) e una “moltiplicazione” per numeri reali (*scalari*), con queste operazioni che soddisfano alcune regole fondamentali come la commutatività, l'associatività, la presenza di un vettore nullo e l'esistenza di un opposto per ciascun vettore. Dobbiamo quindi cercare componenti che siano spazi vettoriali, e in effetti questa categoria va a ruba tra i modellisti. Sono utilizzati ovunque in matematica e in fisica: sono spazi vettoriali (con opportune operazioni) il piano cartesiano, l'insieme delle funzioni definite su un certo intervallo di numeri, ma anche gli stati in cui si può trovare un sistema in meccanica quantistica.

Uno spazio vettoriale adatto a noi può essere $\mathbb{R}^3$, l'insieme delle terne di numeri reali, con le operazioni definite componente per componente, cioè

$$\begin{aligned}(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) &= (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2) \\ a(x, y, z) &= (ax, ay, az)\end{aligned}$$

$\mathbb{R}^3$ soddisfa effettivamente il requisito di tridimensionalità, dato che è possibile “muoversi” in esso modificando indipendentemente ciascun componente di una terna. Ma siamo sicuri che sia uno spazio metrico? Dobbiamo cercare una funzione distanza definita su $\mathbb{R}^3$. La funzione distanza che riflette la nostra esperienza geometrica ordinaria è quella data dal teorema di Pitagora, la *distanza euclidea*.

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}$$

Una volta definita la distanza, notiamo che $\mathbb{R}^3$ soddisfa anche il requisito di accumulazione: presi due punti a una qualsiasi distanza, ce ne sono sempre infiniti altri più vicini.

Ora che sappiamo cos'è uno spazio vettoriale, guardiamo meglio lo spazio metrico che abbiamo usato come modello di tempo. In $\mathbb{R}^3$ ci possiamo muovere “avanti” o “indietro” sommando o sottraendo numeri alla nostra posizione attuale. Possiamo pensare a questa operazione come alla somma di vettori, e consideriamo il prodotto

come il prodotto tra un vettore e uno scalare. Se lo facciamo, vediamo che anche $\mathbb{R}$, e quindi il nostro modello di tempo, è uno spazio vettoriale, oltre che metrico!

2.2 OMOGENEITÀ

Ora notiamo però un grosso problema: questi primi modelli non sono omogenei! L'istante associato al numero 0 e il punto associato alla terna $(0,0,0)$ hanno un comportamento particolare: se sommati a qualsiasi altro istante o punto, lo lasciano invariato, non ci fanno spostare. Le nostre parti non si comportano nel modo che vorremmo: alcuni punti si comportano in modo più semplice, e sono quindi privilegiati. Dobbiamo sostituire le parti del nostro modello! Idealmente però vorremmo usare qualcosa di simile, per non perdere le proprietà utili che abbiamo appena visto.

Il problema sta nel fatto che, per usare gli spazi vettoriali $\mathbb{R}$ e $\mathbb{R}^3$ come modelli di tempo e spazio, abbiamo fatto senza nemmeno accorgercene una scelta fondamentale. Implicitamente, in ciascuno di essi abbiamo scelto un punto, l'*origine*, e abbiamo individuato ogni istante e ogni punto con lo spostamento necessario per raggiungerlo dall'origine. Ma la scelta dell'origine è una scelta di un punto con un ruolo particolare rispetto a tutti gli altri! Pensandoci meglio, ci accorgiamo che non volevamo che il nostro modello riproducesse solo spostamenti, ma anche *posizioni* nel tempo e nello spazio. Abbiamo provato a dare ai primi il ruolo delle seconde scegliendo un'origine. Nel farlo, però, abbiamo forzato troppo il pezzo e rotto l'omogeneità di tempo e spazio. Per trovare un pezzo di ricambio, quindi, dobbiamo pensare alle caratteristiche delle posizioni, non degli spostamenti.

Matematicamente, queste proprietà si trovano in strutture detti *spazi affini*, associate a spazi vettoriali. Uno spazio affine è un insieme di punti "connesso" a uno spazio vettoriale sottostante: possiamo *sottrarre* due punti e ottenere un vettore (cioè uno spostamento), e possiamo *sommare* un vettore a un punto e ottenere un altro punto (cioè spostarci da una posizione a un'altra). Non possiamo però sommare direttamente due punti, cioè due posizioni. Possiamo pensare a uno spazio affine come a "uno spazio vettoriale senza origine", per esempio un piano cartesiano senza assi. Mettendo da parte il nostro vecchio candidato a modellizzare lo spazio tridimensionale, lo spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$, e usando invece lo spazio affine A^3 associato a $\mathbb{R}^3$, risolviamo il problema della sua omogeneità. Ora, infatti, non sono più i punti ad essere associati a vettori, ma gli *spostamenti* da un punto all'altro.

Per individuare un punto con un vettore, cioè una terna di numeri, dovremo comunque fissare un'origine. Adesso però stiamo trattando tutti i punti allo stesso

modo: possiamo scegliere un punto qualsiasi, non c'è più un'origine fissata al momento della costruzione del modello e possiamo cambiarla ogni volta che vogliamo. Siamo riusciti a costruire uno spazio omogeneo, in cui nessun punto è speciale. Per quel che riguarda il tempo, possiamo risolvere il problema in modo molto simile: ci basta usare lo spazio affine A associato a $\mathbb{R}$.

2.3 ISOTROPIA

Risolto il problema dell'omogeneità, ci accorgiamo che – accidenti – i nostri modelli non sono nemmeno isotropi: siamo stati un po' distratti. Nel modello del tempo, o numeri reali sono ordinati, e in quello di spazio i tre *assi cartesiani* sono ben distinti dalle altre direzioni. Per fortuna, per risolvere questo problema non dobbiamo cambiare di nuovo i pezzi: ci basta ridipingerli cambiando ciò a cui si riferiscono i numeri che utilizziamo. Per costruire un modello omogeneo, abbiamo fatto in modo di poter scegliere un punto qualsiasi come origine. L'idea per costruire un modello isotropo è simile: facciamo in modo di poter scegliere gli assi come vogliamo.

Vediamo come fare per lo spazio. Per prima cosa, fissiamo un'origine e scegliamo tre vettori che non stiano sullo stesso piano. Possiamo riferirci a ogni vettore spostamento, invece che con la terna (x,y,z) dei suoi componenti in $\mathbb{R}^3$, con una terna di coefficienti $[x',y',z']$, detti *coordinate*. La regola per ottenere queste coordinate è che il vettore spostamento deve essere la somma dei tre vettori che abbiamo scelto, ciascuno moltiplicato per una delle tre coordinate: il primo per x' , il secondo per y' , il terzo per z' . Si può dimostrare che è possibile scrivere qualsiasi vettore spostamento in questo modo, e che un vettore spostamento non può essere scritto in due modi diversi usando la stessa base. Se però proviamo a prendere tre vettori a caso, ci accorgiamo che la distanza si rompe. Più precisamente la distanza tra due punti, calcolata inserendo le coordinate nella stessa formula di prima, diventa dipendente dai vettori che abbiamo scelto. Certo, potremmo comunque calcolare la distanza usando le componenti originali invece delle coordinate, ma allora non avremmo evitato di usare le componenti e saremmo punto e a capo. Possiamo evitare questo problema, però, se ci assicuriamo di scegliere tre vettori perpendicolari l'uno all'altro e con lunghezza 1. In questo caso li chiamiamo una *base ortonormale* dello spazio vettoriale $\mathbb{R}^3$ associato ad A^3 . Con questo processo, non abbiamo più direzioni privilegiate che siano per forza associate a terne particolarmente semplici. Ora anche la scelta degli assi è del tutto nostra, e possiamo farla in qualsiasi momento. Una volta scelta la base, possiamo dimenticarci degli originali (x,y,z) e usare solo le coordinate $[x',y',z']$, sia per individuare i punti che per calcolare le distanze.

Per il tempo, possiamo seguire un procedimento simile ma più semplice. Dato che abbiamo un'unica direzione, la scelta di una base è solo la scelta di un numero per cui moltiplicare tutti i reali, e il requisito di ortonormalità impone che questo numero sia 1 o -1 . In pratica, stiamo imponendo che il nostro modello non veda la differenza fra lo scorrere del tempo in avanti e all'indietro, come in effetti avevamo detto nei requisiti.

Allontaniamoci un attimo dal banco da lavoro e guardiamo il nostro modello da lontano, ricapitolando il modo in cui per ora individuiamo istanti e punti. Scegliamo un punto 0 dello spazio affine rappresentante lo spazio o il tempo. Possiamo ora individuare ogni altro punto A con il vettore spostamento fra A e 0 . Nel tempo, scegliamo come base 1 o -1 , e nello spazio scegliamo 3 vettori ortonormali. Le accoppiate origine-base sono dette *sistemi di riferimento cartesiani*. Ci riferiamo agli spostamenti con le loro coordinate nel sistema di riferimento cartesiano che abbiamo scelto. Sempre a partire dalle coordinate, possiamo calcolare le distanze usando il teorema di Pitagora.

2.4 COVARIANZA

Il nostro modello inizia a prendere forma, ma ancora non è del tutto completato. Mancano ancora due requisiti: la covarianza e la relatività galileiana. In questa sezione ci occuperemo della prima, mentre nella prossima sezione completeremo il modello con la seconda. Per capire perché al momento non abbiamo la covarianza, possiamo guardare al caso più semplice: il tempo.

Per com'è adesso, il nostro modello ha un "tempo unitario" predefinito: l'intervallo di tempo (cioè il vettore) associato al numero 1. Cambiando base ortonormale possiamo cambiarne la direzione, ma la lunghezza rimane sempre la stessa. Ma se ad esempio pensiamo che questo "1" corrisponda a "1 minuto", dovremmo poterlo indicare anche con "60 secondi" senza cambiarne il significato fisico!

Il nostro problema, insomma, è che il nostro modello è troppo rigido. Vediamo quindi di sostituire un po' di pezzi con altri fatti di materiali più morbidi. In particolare, possiamo ammorbidire la distanza definendo una *metrica*, cioè una regola per calcolare le distanze a partire dalle coordinate, che può cambiare a seconda della base in modo da lasciare che la distanza tra due punti sia sempre la stessa. Ora che la distanza è più morbida, possiamo usare come base dello spazio affine del tempo, A , numeri qualsiasi, non solo 1 e -1 . Per il tempo, la metrica è moltiplicare le vecchie distanze "rigide" per b se la base scelta è b .

Nel caso dello spazio, la situazione è più complicata. Non solo vogliamo poter cambiare la lunghezza dei vettori della nostra base, ma vogliamo anche poterli incli-

nare uno rispetto all'altro. Per questa seconda richiesta, non abbiamo motivazioni pratiche quanto le unità di misura per la prima: è più una questione di principio. Non ci accontentiamo di poter deformare il nostro modello “un pochino”, ma vogliamo potergli dare qualunque forma, senza restrizioni. Tre vettori lunghi a piacere e inclinati a piacere (purché non siano sullo stesso piano) sono detti una *base* (generica, cioè anche non ortonormale) di $\mathbb{R}^3$. La metrica da usare per queste basi è più complicata di quella per il tempo: per riassumere, possiamo dire che la distanza va ridefinita aggiungendo alla somma sotto la radice quadrata anche altri termini. Questa metrica dipende da nove coefficienti, che possiamo raccogliere in una tabella detta *matrice metrica*:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{xx} & \gamma_{xy} & \gamma_{xz} \\ \gamma_{yx} & \gamma_{yy} & \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} & \gamma_{zy} & \gamma_{zz} \end{bmatrix}$$

I coefficienti sulla diagonale che parte in alto a sinistra compensano i cambiamenti di lunghezza dei vettori, come la moltiplicazione faceva per il tempo, mentre gli altri compensano i cambiamenti di inclinazione. Non tutti questi coefficienti possono essere indipendenti, dato che la distanza tra due punti distinti, come abbiamo detto all'inizio, deve essere la stessa da A a B e da B ad A e sempre positiva. Il modo per ottenere i valori dei nove coefficienti per una base generica è abbastanza complicato, ma con un po' di fatica possiamo definirlo.

Ma siamo intransigenti, e quindi esigiamo ancora più libertà di movimento per il modello. Richiediamo di poter scegliere una base diversa punto per punto, sia nello spazio che nel tempo. Possiamo farlo con i pezzi che abbiamo finora, definendo un fattore moltiplicativo per ogni istante e una tabella di coefficienti per ogni punto dello spazio. Se queste metriche variano senza improvvisi salti, possiamo approssimarle come costanti su zone abbastanza piccole, e quindi calcolare, ad esempio, la lunghezza di un piccolo segmento contenuto in una di queste usando i valori dei coefficienti in quella zona. Per calcolare la lunghezza di segmenti più lunghi, dovremo poi sommare le lunghezze di tutti questi piccoli segmenti. Usando segmenti sempre più piccoli l'approssimazione alla lunghezza vera sarà sempre migliore, e pensando di continuare a rimpicciolire i segmenti all'infinito otterremo in realtà la lunghezza vera! Gli appassionati chiamano questa operazione *integrale degli elementi di linea*. L'insieme dei fattori in ogni base e in ogni istante ci dà una

metrica temporale, cioè una regola per calcolare la distanza fra due istanti qualsiasi usando qualsiasi combinazione di basi. Nello stesso modo l'insieme delle tabelle in ogni base e in ogni punto dello spazio ci dà una *metrica spaziale* in ogni istante.

L'utilità di questa libertà effettivamente non è immediata. Oltre alle ragioni di principio, però, abbiamo in realtà una motivazione pratica, guardando al nostro futuro sviluppo come modellisti. Poter fare queste operazioni è il punto di partenza per molti metodi di calcolo avanzati e per molte teorie della fisica moderna, prima fra tutte la *relatività generale*.

A questo punto, i nostri due modelli di tempo e spazio sono completi, *separatamente*. Riguardandoli molto rapidamente, ciascuno di essi è costituito di due parti: uno spazio affine e una metrica. Istanti e punti vengono individuati con le loro coordinate in un sistema di riferimento, e le distanze possono essere calcolate addirittura cambiando la base del sistema di riferimento di punto in punto. Per completare il nostro modello di spazio-tempo e poter descrivere il moto degli oggetti, però, dobbiamo unire il modello temporale a quello spaziale.

2.5 RELATIVITÀ GALILEIANA

Ricordiamo che non ci basta incollare i nostri due modelli, costruiti con tanta fatica, a casaccio: vogliamo farlo in modo da soddisfare il nostro sesto e ultimo requisito, la relatività galileiana.

Iniziamo dalla parte più semplice: accostiamo i due modelli, combinando lo spazio affine A che è il nostro modello di tempo e lo spazio affine A^3 che è il nostro modello di spazio in un unico insieme $A \times A^3$, formato da coppie di punti appartenenti a uno spazio affine rispettivamente unidimensionale e tridimensionale. Queste coppie sono dette *eventi*: sostanzialmente, un evento è individuato come “nel tal luogo alla tal ora”.

Per unire bene i due modelli non abbiamo bisogno di fare nessuna modifica al tempo. Per individuare un istante, ci basta un sistema di riferimento temporale costituito da un'origine e una base. A questo punto possiamo iniziare a vedere le prime nuove conseguenze dell'unione di spazio e tempo. Il nostro modello unico è capace di rappresentare il moto di piccoli oggetti! Sono “piccoli”, o più tecnicamente *puntiformi*, gli oggetti le cui dimensioni non ci interessano nella situazione che stiamo considerando. Il *moto* di un oggetto puntiforme è rappresentato da una regola che associa a ogni istante il punto occupato dall'oggetto in quell'istante, che matematicamente è una *funzione* da A ad A^3 .

Come al solito, gestire il modello spaziale è più complicato. Per unirlo bene al tempo, dobbiamo fare alcune modifiche. Al momento, infatti, i sistemi di riferi-

mento spaziali rompono la relatività quando uniamo i due modelli. Per ora, una volta che li abbiamo scelti, tutti i sistemi di riferimento sono fissi nello spazio. Le coordinate degli oggetti *fermi*, quindi, sono costanti nel tempo in qualsiasi sistema di riferimento: possiamo distinguere gli oggetti fermi da quelli in movimento! Per salvare la relatività quindi dobbiamo ammettere che i sistemi di riferimento stessi possano muoversi. Li ridefiniamo come regole (funzioni) che associano a ogni istante un'origine e una base. In questo modo il nostro modello può rappresentare punti di vista diversi. Ad esempio, il treno su cui si trova un nostro amico può muoversi nel nostro sistema di riferimento ed essere fermo in quello del nostro amico.

A questo punto abbiamo un ultimo ostacolo: il principio di relatività non si applica a *tutti* i sistemi di riferimento, ma solo a quelli *inerziali*, cioè in moto “a velocità costante” rispetto a un sistema in cui valga il *principio d'inerzia*: un oggetto su cui non agiscono forze si muove a velocità costante. Per capire questo distinguo, ci basta pensare a un ciclista che frena per evitare di urtare un pedone. Il ciclista prova una sensazione fisica dovuta alla decelerazione, il pedone no. Se ha un'indole particolarmente riflessiva (e non è distratto da eventuali impropri lanciati dal ciclista) il pedone quindi può capire che non è lui ma il ciclista a decelerare. Il nostro modello di spazio-tempo attuale, però, non ha nessun componente che possa rappresentare la *velocità* di un oggetto. Ci viene spontaneo pensare che anche la velocità debba essere un vettore tridimensionale. Per quanto ci scervelliamo, però, non riusciamo a trovare un modo soddisfacente per definirla usando i pezzi che già abbiamo. Quindi dobbiamo fare un'ultima capatina all'emporio. Nella sezione per esperti troviamo il pezzo che ci manca. È la *struttura affine* dello spazio-tempo, una struttura matematicamente avanzata e di cui non stiamo a leggere del tutto il manuale di istruzioni. Riusciamo però a metterla nel nostro modello, e a usarla per definire le velocità in modo simile a come avevamo fatto per le distanze con le metriche temporale e spaziale.

Finalmente possiamo introdurre la relatività galileiana nel modello. Diciamo che si può descrivere un moto con le sue coordinate in qualsiasi sistema di riferimento la cui origine si muova a velocità costante rispetto a un altro sistema di riferimento inerziale e la cui base non ruoti nel tempo. Da qualche parte dovrà esserci un primo sistema di riferimento inerziale: assumiamo che esista. Chiamiamo una trasformazione tra due di questi sistemi di riferimento una *trasformazione inerziale* o *galileiana*. Possiamo ottenere una qualsiasi trasformazione galileiana eseguendo uno dopo l'altro questi quattro tipi fondamentali di trasformazione:

1. *traslazione temporale*: cambiare l'origine del tempo;
2. *traslazione spaziale*: cambiare l'origine dello spazio;

3. *rotazione*: ruotare la base;
4. *boost galileiano*: cambiare la velocità dell'origine.

Dopo tanto lavoro, il nostro modello è completo! Guardiamolo per bene. È composto di quattro parti principali:

1. insieme degli eventi;
2. metrica temporale;
3. metriche spaziali in ogni istante;
4. struttura affine.

L'insieme degli eventi rappresenta l'universo fisico in tutti gli istanti della sua esistenza. Le distanze temporali e spaziali nell'universo sono quelle della geometria euclidea, e sono definite rispettivamente dalle metriche temporale e spaziale. Le velocità degli oggetti corrispondono a vettori definiti dal loro moto nel modello tramite la struttura affine. Individuiamo gli eventi con le loro coordinate rispetto a un qualsiasi sistema di riferimento spazio-temporale inerziale. Possiamo ottenere una descrizione ugualmente valida in qualsiasi altro sistema ottenuto dall'originale con una trasformazione galileiana.

A lavoro finito ci accorgiamo che, nonostante l'intuitività dei presupposti, questo modello è tutt'altro che semplice (soprattutto per quel che riguarda i pezzi che abbiamo evitato di descrivere nel dettaglio) e usa ben quattro strutture matematiche. Abbiamo usato pezzi facilmente reperibili nel nostro emporio di fiducia, ma abbiamo dovuto unirli in modo piuttosto complicato per ottenere un buon risultato.

3. CORRISPONDENZA CON LA REALTÀ

Il nostro modello classico ha le sei caratteristiche che ci eravamo posti come obiettivo, e ci consente di fare previsioni cinematiche. Soddisfatti del nostro lavoro, lo portiamo alla più vicina convention di modellistica. Appena arrivati, però, i veterani dell'hobby smorzano il nostro entusiasmo, ricordandoci che non per forza il modello è effettivamente una descrizione *accurata* dello spazio-tempo. Potrebbe possedere alcune proprietà in più a causa del formalismo matematico o viceversa non averne alcune che invece ci sono nello spazio-tempo fisico. Ci suggeriscono quindi di esaminarlo meglio, ed essendo molto disponibili e costruttivi si offrono di aiutarci. Tra i vari personaggi che incontriamo, alcuni ci colpiscono particolarmente. Sono i critici Zenone (di Elea), Stefan (Banach) e Alfred (Tarski), e il modellista Albert (Einstein).

3.1 ZENONE: LA DIVISIBILITÀ

Zenone è un uomo abbronzato, con la barba, di mezza età. Indossa una tunica e una fascia gli ferma i capelli ricci. Appena gli diciamo che abbiamo costruito il modello in modo da avere la proprietà di accumulazione, ci ferma. “*Infiniti* punti? State attenti, quella roba rischia di rovinarvi il modello! Un po’ di tempo fa, mentre discutevo con dei Pitagorici – brutta gente – ho trovato un problema nei loro modelli, che secondo me c’è anche nel vostro...”.

La sua idea è sostanzialmente questa¹: consideriamo una qualsiasi regione dello spazio nel nostro modello. Le sue parti avranno una qualche dimensione, a prescindere da quanto piccole le rendiamo. Quindi nessuna regione dello spazio può essere “infinitamente divisibile” nel senso che possiede infinite parti con una dimensione! Infatti, ogni parte ha una dimensione, e una regione composta di infinite parti di questa dimensione deve avere una dimensione infinita.

I modelli che, come il nostro, possiedono la proprietà di accumulazione sono, per definizione, infinitamente divisibili. Davvero non ci siamo accorti che qualsiasi regione di A o A^3 nel nostro modello ha dimensione infinita? Abbiamo appena iniziato a controllare che una mezza dozzina di persone si inseriscono nella conversazione, e tutte dicono una qualche variante della stessa cosa: una serie infinita di addendi (nel nostro caso le misure di ciascuna parte di A o A^3), ciascuno dei quali finito, può avere una somma finita a patto che questi decrescano in maniera sufficientemente rapida! In particolare, la suddivisione successiva in parti della stessa dimensione relativa, ad esempio $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$, corrisponde a una *serie geometrica* di ragione minore di 1, una somma infinita che però porta sempre a un numero finito, in questo caso 2.

3.2 STEFAN E ALFRED: LA CONTINUITÀ

Poco dopo il nostro incontro con Zenone, ci si avvicinano due uomini in completo di tweed. Il primo, dal volto squadrato e le sopracciglia folte, ci si presenta come Stefan; il secondo, più mingherlino, calvo, e con la giacca leggermente troppo grande, ci si presenta come Alfred.

“Abbiamo sentito che Zenone vi metteva in guardia dall’accumulazione. Effettivamente anche noi abbiamo scoperto che i modelli costruiti usando $\mathbb{R}^3$ possono

¹ Questa formulazione del paradosso di Zenone è adattata da R.M. Sainsbury, *Paradoxes*, 3a ed., Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

avere proprietà strane”. Ci fanno notare che il nostro modello contiene l’*assioma della scelta*. Non l’abbiamo mai usato esplicitamente, ma è una delle assunzioni fondamentali da cui si parte nel costruire l’intera struttura della matematica moderna. Nello specifico, l’assioma della scelta è usato anche per *definire il concetto di numero*, e quindi è implicitamente presente nel nostro modello. L’assioma afferma che, se abbiamo una qualsiasi collezione di insiemi, possiamo *sempre* formarne un altro scegliendo un elemento da ciascuno. Nel caso in cui abbiamo un numero finito di insiemi finiti, è un’affermazione banale, ma diventa fondamentale imporla come assunzione quando vogliamo costruire un insieme a partire da un numero infinito di insiemi infiniti.

Stefan e Alfred ci chiedono di prendere un attimo in mano il nostro modello. Fissano un sistema di riferimento e individuano una sfera nello spazio. Iniziano ad armeggiare con il modello, in una serie di movimenti che sembrano precisi e non particolarmente strani, ma che non capiamo esattamente. Dopo un paio di minuti, ci ridanno il modello, e ci accorgiamo che la sfera *si è sdoppiata*! La esaminiamo attentamente, ma non è un trucco: dove prima c’era una sola sfera, adesso ce ne sono due identiche in tutto e per tutto alla sfera originale. Gli chiediamo cos’hanno combinato, e loro ce lo spiegano gongolanti. Sfruttando l’assioma della scelta, sono riusciti a scomporre la sfera in cinque pezzi, e poi a reincastarli in modo da ottenere due sfere uguali a quella originale, senza buchi. Sono particolarmente fieri del fatto che non hanno mai dilatato i pezzi, ma li hanno solo spostati e ruotati. Vedendoci ancora piuttosto increduli, scompongono una delle due sfere e ci fanno vedere i pezzi più da vicino. Ci accorgiamo che effettivamente i pezzi sono molto strani: più che dei pezzi unici, sono delle nuvole di punti disconnessi. Stefan e Alfred ci dicono che è proprio questa la chiave: quei pezzi non hanno un volume definito! Ecco come sono riusciti a passare da una sfera con un certo volume a due sfere con lo stesso volume della prima: sono passati da oggetti senza un volume ben definito.

Siamo abbastanza contrariati dal fatto che il nostro modello possa fare una cosa del genere: nella nostra esperienza, non abbiamo mai visto nessuno raddoppiare un oggetto dal nulla. Stefan e Alfred ci dicono che, per aggiustare questo problema, potremmo sostituire $\mathbb{R}$ nella nostra costruzione con $\mathbb{Q}$, l’insieme dei numeri razionali, in cui la loro acrobazia matematica è impossibile. Esitiamo: così facendo perderemmo la possibilità di descrivere lunghezze pari a numeri irrazionali, come ad esempio la diagonale di un quadrato di lato 1, che è pari a $\sqrt{2}$, o la circonferenza di un cerchio di diametro 1, che è pari a π . Ragionandoci un attimo però ci accorgiamo che questa non è poi una gran perdita. Possiamo usare numeri razionali per approssimare numeri reali a qualsiasi livello di precisione. Come lunghezza di una circonferenza non potremmo usare π , ma a seconda di quanto sono precisi gli

strumenti che usiamo per misurare la circonferenza nello spazio fisico, nel nostro modello potremmo usare 3.14, 3.1415, 3.141593 e così via. Fra l'altro, per quanto possiamo ingegnarci questa precisione è limitata in ogni caso dalle leggi della meccanica quantistica! Inoltre, non potremmo in ogni caso fare calcoli usando l'espressione in cifre completa di un numero irrazionale, che sarebbe infinita e che quindi non potremmo mai scrivere o immagazzinare veramente.

$\mathbb{Q}$ però ha un problema: al contrario di $\mathbb{R}$, non è *completo*. In poche parole, $\mathbb{Q}$ è un insieme pieno di "buchi" tra un numero e l'altro, anche se soddisfa il nostro requisito di accumulazione. Se usassimo $\mathbb{Q}$ nel nostro modello, il moto sarebbe una faccenda piuttosto strana: per via di questi buchi, un oggetto potrebbe rallentare all'infinito senza tendere a "nessun luogo". Quindi ringraziamo Stefan e Alfred ma decidiamo, per ora, di tenere il nostro modello così com'è.

3.3 ALBERT: LA VELOCITÀ DELLA LUCE

Poco lontano da noi, vediamo che si sta formando un capannello di persone. Stanno ascoltando un uomo sulla trentina, con baffi e folti capelli neri, che si presenta come Albert e sta parlando di un nuovo tipo di modello da lui creato. Racconta che l'idea gli è venuta mentre provava a usare un modello classico di spazio-tempo, simile al nostro, per descrivere la luce in modo compatibile con la realtà.

La luce, dice, è costituita da onde elettromagnetiche. Tutte le onde si muovono a una velocità particolare rispetto al *mezzo* in cui si propagano, ma per la luce questo mezzo non esiste, o meglio è lo spazio stesso. Per gli altri tipi di onde, il sistema di riferimento in cui il mezzo delle onde è fermo è un sistema di riferimento privilegiato per la loro descrizione. La luce, propagandosi nello spazio, sembra indicare un sistema di riferimento privilegiato in assoluto, quello in cui la sua velocità ha un particolare valore, indicato con c , pari a circa 300.000.000 m/s. Allo stesso tempo, però, tutti gli esperimenti fatti sono d'accordo: la luce si muove sempre alla stessa velocità rispetto a noi, in modo da far valere sempre la relatività. Questa contraddizione è il punto da cui Albert dice di aver tratto l'ispirazione per il suo modello.

Si è accorto che si poteva descrivere il moto della luce salvando il principio di relatività, a patto di pagare pegno abbandonando il requisito forse più insospettabile: quello di dimensionalità. Per avere un modello coerente, infatti, il primo requisito deve diventare

1. *Quadridimensionalità dello spazio-tempo*: Spazio e tempo non sono separabili, ma sono uniti nello spazio-tempo, in cui ci sono quattro direzioni perpendicolari. Lo scorrere del tempo è il moto lungo una di queste: "prima-dopo". Il moto nello spazio è il moto lungo le altre tre: "avanti-indietro",

“destra-sinistra”, e “su-giù”. La geometria di questo spazio-tempo quadridimensionale non è quella euclidea: ad esempio, non si può definire l’ampiezza degli angoli che escono dalle direzioni spaziali.

Con questo requisito, Albert è riuscito a costruire un modello in cui la velocità della luce è *in qualsiasi sistema di riferimento*. Per farlo, però, ha dovuto lasciare più libertà in altre parti del modello: due eventi che sono contemporanei in un sistema di riferimento non lo sono per forza in un altro. Albert chiama questo modello *relatività ristretta*.

Spiega anche che questo modello è molto più economico di quelli classici, dato che è composto da soli due pezzi:

1. uno spazio affine a quattro dimensioni;
2. un oggetto simile a una funzione distanza, la *metrica di Minkowski*.

Uno spazio affine quadridimensionale è sicuramente più astratto, ma matematicamente molto più semplice di un’unione di uno spazio affine unidimensionale e di uno tridimensionale. In questo spazio Albert individua i punti tramite *quaterne* di coordinate come facciamo noi nello spazio tridimensionale del modello classico. Le trasformazioni da un sistema di riferimento inerziale a un altro non sono quelle galileiane, ma quelle *di Lorentz*, che coinvolgono tutte e quattro le coordinate. Questo spazio non è però uno spazio metrico in senso stretto: la metrica di Minkowski, la regola che fornisce le distanze tra eventi a partire dalle coordinate, può fornire non solo numeri positivi, ma anche numeri detti *immaginari*, cioè radici quadrate di numeri negativi. Fissata una base, la metrica è:

$$\sqrt{(t_a - t_b)^2 - (x_a - x_b)^2 - (y_a - y_b)^2 - (z_a - z_b)^2}$$

e in un generico sistema di riferimento è determinata da una tabella 4 x 4 di coefficienti simile alla nostra 3 x 3. Il suo significato non è immediato, ma con un po’ di sforzo è comprensibile. Le separazioni nello spazio e nel tempo cambiano a seconda del sistema di riferimento, con formule che si possono ricavare conoscendo la distanza data dalla metrica di Minkowski. La distanza stessa, invece, non cambia mai tra sistemi di riferimento inerziali. Possiamo quindi pensarla come una specie di “separazione totale” nello spazio-tempo. Inoltre, avendo combinato spazio e tempo, Albert ha potuto usare la metrica di Minkowski per determinare anche la struttura affine dello spazio-tempo.

Noi, e tutti gli ascoltatori, rimaniamo impressionati. Il modello di Albert è utile per descrivere e prevedere molti più fenomeni, dato che consente di descrivere la luce. Ma non solo: anche se è meno intuitivo, è matematicamente molto più semplice di quello classico. Infatti ha una struttura molto più semplice dell’insieme

degli eventi (A^4 invece di $A \times A^3$) e riassume in un unico oggetto le distanze e le velocità. Albert ha dovuto penare un po' di più per trovare i pezzi, cercando tra forum specialistici e raduni di nicchia, ma il modello relativistico che ha costruito è esteticamente più piacevole e più fedele alla realtà.

4. CONCLUSIONI

Nonostante il bellissimo modello di Albert, il nostro modello classico non è da buttare: è intuitivo, facile da usare e si può costruire con parti abbastanza facili da reperire. Per la maggior parte delle applicazioni quotidiane va più che bene, e alla convention molti ce ne hanno chiesto le schematiche. Può incepparsi se viene mosso in modo strano come avevano fatto Stefan e Alfred, e non può descrivere la luce, ma nessun modello è perfetto. In effetti, nemmeno il modello della relatività ristretta lo è! Qualche tempo dopo la convention, Albert ha costruito un altro modello ancora, che chiama *relatività generale*. Al momento, questo è il modello di spazio-tempo più consistente con le osservazioni della realtà, ma è ancora più complicato: sostituisce del tutto gli spazi affini con strutture estremamente astratte dette *varietà a quattro dimensioni*.

Ecco, quindi, in che senso i fisici costruiscono modelli. Spero che questa breve escursione nel mondo di un fisico vi abbia intrigato e, chissà, che forse vi abbia lasciato una piccola voglia di darvi anche voi al “modellismo”.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- [1] J.D. Norton, *Philosophy of Space and Time*. In: M.H. Salmon, *Introduction to the Philosophy of Science*, Indianapolis: Hackett Publishing, 1992.
- [2] R.M. Sainsbury, *Paradoxes*, 3a ed., Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

ERRORI NELLA SCIENZA

COSA ASPETTARSI DA CHI NON ASPETTA

CHIARA DALPASSO

I. INTRODUZIONE

Gli articoli scientifici, o *papers*, sono uno degli strumenti principali della comunicazione scientifica, volti a diffondere e divulgare i risultati di una ricerca o a presentare in maniera riassuntiva ricerche di altri scienziati su un tema specifico (in questo caso si parla più propriamente di *review*). Sono di vitale importanza per il progresso della ricerca scientifica e sono lo strumento principale di comunicazione tra gli scienziati, i cosiddetti addetti ai lavori, e tra la comunità scientifica e la società.

Qualunque ricercatore che si appresta a condurre una ricerca scientifica è già consapevole che la Scienza è fatta da errori, e che una ipotesi è vera fin tanto che le prove a dimostrazione della sua veridicità, o attinenza alla realtà, sono più convincenti di quelle contrarie. Gli errori sono ciò che rendono la Scienza dinamica e in continua evoluzione, sono una realtà da dover tenere in considerazione (si pensi banalmente alla sensibilità di uno strumento di misura) e da saper gestire, ma sono anche fonte di nuove scoperte, in quanto stimolano il ricercatore a porsi ulteriori domande, espandendo il suo campo di immaginazione. Essere a conoscenza degli errori commessi dai propri colleghi, o dei loro esperimenti “falliti”, è sicuramente molto prezioso per un ricercatore, proprio per impedire il ripetersi degli stessi errori. Tuttavia, le riviste scientifiche sono solitamente riluttanti a pubblicare i risultati di ricerche inconcludenti. In merito a questo, è rilevante menzionare la fondazione, nel 2020, del «Journal of Trial and Error» (JOTE) da parte di un gruppo di ricercatori olandesi. La rivista è nata con l'obiettivo di pubblicare e discutere risultati non significativi, errori tecnici e metodologici, domande di finanziamento respinte ed esperimenti falliti e proprio per queste ragioni è ad accesso libero. Il primo articolo pubblicato a luglio 2020 sulla rivista ha esaminato un tentativo di replicare ricerche precedenti in merito al legame tra la visione di immagini riguardanti l'assunzione di alcol e pensieri aggressivi. Scritto da Julie Leboeuf, ricercatrice in Psicologia presso la Bishop's University in Canada, l'articolo ha evidenziato come il tentativo di replicare i risultati precedenti sia fallito a causa di una inadeguata pianificazione dell'esperimento, che ha portato fra le altre cose a una sottostima della grandezza del campione statistico da utilizzare. Gli errori, infatti, possono originare da inesattezze metodologiche nella fase di acquisizione dei dati, o da errori interpretativi nel formulare conclusioni a partire dai risultati ottenuti. Ma tornerò più avanti su questo punto cruciale.

Purtroppo, certi errori possono essere commessi deliberatamente al fine di manipolare i dati a favore di una tesi formulata *a priori*, la quale deve essere dimostrata a tutti i costi. Quest'ultimo caso rimanda immediatamente al titolo di questo el-

borato, in quanto gli errori “consapevoli” possono essere commessi quando non si vuole aspettare di avere risultati migliori, più attendibili e riproducibili, e successivamente formulare una teoria più attinente ai dati ottenuti. Oppure ancora gli errori “inconsapevoli” possono essere commessi quando i ricercatori hanno fretta di pubblicare, non dedicano il giusto tempo alla valutazione dell’analisi statistica più idonea, non si soffermano a riflettere sui dati dei quali dispongono, o non si pongono le giuste domande. La pressione alla quale i ricercatori e gli accademici sono sottoposti in termini di articoli pubblicati origina dal fatto che spesso il numero di pubblicazioni di un ricercatore non solo ne aumenta il prestigio, ma anche la possibilità di un avanzamento di carriera o di ricevere finanziamenti per il proprio lavoro. In ambito accademico è infatti noto l’*aforisma* *publish or perish*, che si riferisce proprio a questo meccanismo che premia chi più pubblica, favorendo la quantità di paper prodotti rispetto alla loro qualità. È questo un fenomeno di pubblicazione promiscua che sembra essere aumentato nell’ultimo decennio. John P.A. Ioannidis e colleghi nel 2024 hanno pubblicato in un articolo dal titolo *Evolving patterns of extreme publishing behavior across science* i risultati ottenuti proprio in merito alle loro analisi del fenomeno di *extreme publishing*. I ricercatori hanno definito come iperprolifici gli autori con più di 73 articoli pubblicati all’anno, che equivalgono a circa un articolo ogni 5 giorni, considerando anche i fine settimana: un numero davvero sorprendente. Escludendo l’ambito della fisica, dove le pratiche di autorialità (*authorship*) differiscono dalle altre discipline, hanno preso in considerazione gli articoli (comprese *review* e pubblicazioni nel contesto di conferenze e congressi) pubblicati sul database Scopus dal 2000 al 2022. Il numero di autori iperprolifici è quintuplicato dal 2000 al 2006, per poi raddoppiare fino al 2016 e triplicare dal 2016 al 2022. Questi dati sembrano perciò suggerire che la pressione nel pubblicare un numero maggiore di articoli sia aumentata negli anni. È interessante anche notare che la proporzione maggiore (33% circa) di autori iperprolifici nel 2022 ha pubblicato nell’ambito della medicina clinica, anche se questo dato va integrato con il fatto che un autore su tre appartiene a questo ambito disciplinare. Tuttavia, specifiche sotto-discipline hanno mostrato un maggiore tasso di incremento del fenomeno tra il 2016 e il 2022 e tra queste si trovano: medicina alternativa e complementare, medicina tropicale, ortodonzia, immunologia e farmacologia. La maggior parte degli autori iperprolifici raggiunge inoltre ottimi traguardi per quanto riguarda il numero di citazioni, il cosiddetto *citation impact factor*, anche applicando correzioni per quanto riguarda la posizione nella lista degli autori, per le quali si considera l’ultima posizione come la più impattante. Significa quindi che la maggior parte degli autori iperprolifici sono indicati come ultimi autori – la posizione

riservata al *principal investigator* – supportando l’ipotesi che questo meccanismo di pubblicazione promiscua contribuisca a scatti di anzianità e carriera.

Gli articoli scientifici, prima di essere pubblicati su rivista, vengono sottoposti a un processo di revisione e approvazione dopo essere stati esaminati da esperti del settore che ne valutano qualità e originalità, si parla infatti di *peer review*. Con il termine si intende un insieme di processi di revisione per mezzo dei quali l’articolo scientifico sottoposto alla rivista scientifica scelta viene valutato da altri esperti dello stesso ambito di ricerca, anch’essi scienziati e accademici. Esistono principalmente tre metodi di *peer review*: *single-blind*, nel quale i revisori sono anonimi; *double-blind*, nel quale autori e revisori sono entrambi anonimi; *open-review*, nel quale i revisori e gli autori sono noti, possono essere suggeriti dagli autori stessi e spesso i commenti dei revisori vengono pubblicati (eventualmente in forma anonima) all’interno dell’articolo approvato. Più nel dettaglio, si parla di *open peer review (OPR)* se almeno una di queste sette condizioni vengono soddisfatte: rendere note le identità dei revisori e/o degli autori, pubblicare i report dei revisori, incoraggiare la partecipazione di altre figure, rendere possibile l’interazione fra autori e revisori, pubblicare i manoscritti prima del processo di revisione, mostrare i commenti relativi alla versione finale del manoscritto e incoraggiare una revisione condotta da diverse entità oltre agli editori.

I vantaggi principali di questo sistema riguardano il potenziale maggior impegno dei revisori, non più coperti dall’anonimato, esponendo anche eventuali conflitti di interesse. Dall’altro lato, l’assenza dell’anonimato può portare a una maggiore difficoltà nel reperire i revisori, i quali potrebbero rifiutarsi di partecipare per paura di essere esposti.

Nonostante il *peer review* sia il metodo più largamente accettato dalla comunità scientifica, non è privo di errori e può accadere che un articolo venga ritirato dopo la sua pubblicazione, o venga successivamente corretto dagli autori stessi e pubblicato in una versione aggiornata. I paper ritirati rimangono una rarità rispetto al totale delle pubblicazioni scientifiche; tuttavia, è importante anticipare che possono essere frutto di errori consapevoli e inconsapevoli, ed esporne le cause e i possibili rimedi è l’oggetto di questo articolo.

2. QUANDO GLI SCIENZIATI SBAGLIANO E PERCHÈ: RETRACTION WATCH

Retraction Watch è il database di articoli ritirati più completo disponibile al momento. È stato fondato dai giornalisti Ivan Oransky e Adam Marcus, con lo scopo di creare un database navigabile contenente informazioni riguardanti articoli scien-

tifici – termine ampio che comprende articoli propriamente detti, *review*, lettere, commenti, abstract di conferenze, etc. – che sono stati ritirati dopo essere già stati pubblicati, selezionabili tra le altre cose per tipo di pubblicazione, Paese, argomento e motivi per il ritiro. Il totale di *entries* nel database, considerando tutti i tipi di pubblicazione, è pari a 60.248 (dato aggiornato a gennaio 2025). Secondo i dati presentati dal database stesso e consultati in data 20 gennaio 2025, il tasso di ritiro degli articoli scientifici (detto *retraction rate*), cioè il rapporto fra il numero di articoli ritirati e il totale degli articoli pubblicati in un determinato lasso temporale, si è visto triplicare nell'ambito della scienza e dell'ingegneria tra il 2000 e il 2020. È importante usare questo indicatore – la *retraction rate* – invece di limitarsi a guardare il numero assoluto di articoli ritirati. Infatti, nel corso degli anni è aumentato anche il numero totale di articoli pubblicati: quindi, se si considerassero solo i numeri assoluti, si potrebbe pensare erroneamente che ci sia stato un aumento del fenomeno dei ritiri, quando in realtà potrebbe trattarsi solo del riflesso dell'aumento generale delle pubblicazioni. La *retraction rate*, invece, tiene conto di questo contesto: se anche questo tasso aumenta, vuol dire che in proporzione, i ritiri sono diventati più frequenti.

La rivista «Science», grazie al lavoro di Jeffrey Brainard e Jia You, ha analizzato circa 10.000 articoli ritirati presenti nel database per comprendere se l'aumento del numero annuale di articoli ritirati fosse dovuto a un aumento di comportamenti disonesti da parte degli autori o a un maggiore controllo da parte degli editori delle riviste [1]. Una importante considerazione riguarda anche la rilevanza in termini numerici del fenomeno: il numero di articoli ritirati per 10.000 articoli pubblicati – anche in questo caso è quindi presa in esame una *retraction rate* – è duplicato dal 2003 al 2012, passando da 2 a 4, stabilizzandosi poi negli anni successivi. Un dato che va confrontato con il numero totale di articoli pubblicati annualmente, che è più che duplicato dal 2003 al 2016. Si potrebbe quindi ipotizzare che un aumento di articoli pubblicati sia stato anche conseguenza di una maggior possibilità di pubblicazione anche per articoli di scarsa qualità; se così non fosse, a fronte di un aumento di articoli pubblicati ogni anno, non si assisterebbe a un incremento del numero di articoli ritirati ogni 10.000 pubblicati. Questi dati confermano inoltre l'analisi presentata nel 2022 da Retraction Watch e citata sopra. È anche interessante notare come i ricercatori avessero previsto una deflessione della *retraction rate* dal 2015, arrivando a una predizione fino al 2018. Facendo un confronto con i più recenti dati messi a disposizione da Retraction Watch, un leggero decremento si è effettivamente registrato, ma è stato di minore entità ed è stato seguito da una crescita.

Un altro fattore da tenere in considerazione secondo gli autori di «Science» è il numero di riviste che ha pubblicato articoli poi ritirati, il quale è cresciuto di un fattore 10, passando da 44 nel 1977 a 488 nel 2016. Tuttavia, tra le riviste che hanno pubblicato almeno un articolo ritirato all'anno, il numero medio di ritiri per rivista è rimasto principalmente uguale. Considerando il contemporaneo aumento nel numero di articoli ritirati per anno, questo suggerisce che le riviste abbiano in media migliorato i loro controlli sulla qualità degli articoli che pubblicano. Se invece ci fosse stato un solo aumento di *paper* di scarsa qualità, il numero medio annuo di articoli ritirati per rivista sarebbe aumentato. Un altro dato interessante che è emerso è che il 25% di tutti gli articoli ritirati presi in considerazione sono stati scritti dall'1,6% degli autori presenti nel database, dei quali il 20% ha 13 o più articoli ritirati ciascuno, portandoci a ipotizzare che molti dei ritiri siano il frutto di una cattiva condotta deliberata, che non è certo rappresentativa di tutta la comunità scientifica.

Il database redatto da Retraction Watch associa inoltre a ciascun articolo il motivo o i motivi che hanno portato al suo ritiro e analizzarli può portare a comprendere meglio quali siano gli errori più comuni e la bontà di condotta dei ricercatori. Dall'analisi di Brainard emerge che il 40% degli avvisi di ritiro non riguarda l'evidenza che una frode sia stata commessa, o un altro tipo di cattiva condotta. Quando si parla di cattiva condotta scientifica e di frode, si intendono tutte quelle azioni dei ricercatori che sono assimilabili alla falsificazione, al plagio o alla fabbricazione di dati. Ci sono anche altri tipi di errori che possono invece spiegare i motivi del ritiro, quali assenza di riproducibilità o errori metodologici. Circa il 10% del totale degli articoli ritirati riguarda invece comportamenti non etici quali ad esempio l'utilizzo di animali da laboratorio senza aver ottenuto l'approvazione di un Comitato Etico di riferimento.

Una questione ulteriore riguarda gli articoli che non vengono ritirati ma solamente corretti, questi per il momento non sono contenuti all'interno di Retraction Watch in maniera completa e sistematica e le correzioni vengono spesso decise caso per caso dagli editor, senza linee guida specifiche. È perciò molto complesso fornire informazioni su questo fenomeno connesso – ma distinto – a quello degli articoli ritirati. L'analisi degli autori di *Science* mette in luce il peso che alcuni motivi alla base del ritiro di un articolo hanno sul totale, e inoltre quali motivi sono aumentati nel corso degli anni, senza fornire però una possibile spiegazione.

Il 2023 è stato un anno record per il numero di pubblicazioni ritirate: più di 10.000 in termini assoluti. I Paesi con il maggior tasso di articoli ritirati sono Arabia Saudita, Pakistan, Russia e Cina. È interessante osservare che un buon numero di *retractions* (circa 8.000) sono originate da riviste facenti parte di Hindawi, la filia-

le londinesi dell'editore Wiley, la maggior parte delle quali appartenenti a numeri speciali, cioè collezioni di articoli molto spesso gestite da *guest editors*, diventate note per la pubblicazione di articoli di scarsa qualità. Esporre l'entità del fenomeno degli articoli ritirati permette anche di far emergere criticità che colpiscono la comunità scientifica in senso ampio, e non solo in termini di qualità della ricerca dei singoli scienziati. Il grande numero di articoli ritirati ogni anno, infatti, pone di fronte ai ricercatori il problema delle citazioni, il quale non va sottovalutato. Capita molto spesso che gli autori citino articoli ritirati, per evidenziare con maggior completezza la letteratura presente attorno a un determinato argomento. Tuttavia, gli autori dovrebbero sempre specificare che la fonte citata non è più disponibile nella sua forma originale perché ritirata dalla rivista. Questo non sempre però risulta facile perché, specie in passato, ai *paper* non veniva collegato direttamente l'avviso di ritiro o la versione revisionata e corretta. Inoltre, spesso gli avvisi di ritiro non specificano le ragioni in maniera esaustiva, portando anche gli autori stessi a subire lo stigma di una possibile condotta fraudolenta anche quando non presente. La "bontà" insita nel fenomeno è anche evidenziata dai dati raccolti da Vuong nel 2019 [2]. Avendo analizzato 2.046 articoli ritirati tramite il database Retraction Watch viene mostrato che, nonostante nella metà dei casi non viene indicato quale parte abbia preso iniziativa nel ritiro, nel 15% dei casi sono gli autori stessi a richiedere il ritiro.

Disponendo dei dati di Retraction Watch aggiornati a gennaio 2025 e partendo da un numero di *entries* pari a 46.766, avendo perciò escluso pubblicazioni solo nel contesto di abstract di conferenze, *editorial comments*, tesi e dissertazioni, interviste, pure linee guida, e soli materiali supplementari, si può facilmente ottenere una stima degli articoli ritirati per motivi che escludono una qualunque condotta fraudolenta da parte degli autori (o delle riviste, seppur ciò accada in una minoranza dei casi). Il risultato è di 19.810 articoli, pari al 42% del totale e in accordo con i dati descritti sopra. Più nel dettaglio, dai motivi per il ritiro sono stati volontariamente esclusi tutti i termini lessicali riferibili direttamente alla frode, quali plagio, falsificazione, duplicazione e manipolazione, al fine di avere un'idea più completa possibile del fenomeno degli errori "inconsapevoli" e frutto principalmente di una scarsa competenza statistica. Va tenuto in considerazione che molti articoli presentano numerose ragioni per il ritiro, sia di carattere fraudolento che non fraudolento, rendendo quindi difficile la classificazione che non è netta. Lo scopo di questo computo è quello di mostrare quantitativamente il fenomeno, seppur con grandi limitazioni dovute alla compilazione del database.

Di particolare interesse è il campo della ricerca biomedica, che, come anticipato sopra, è uno dei settori di maggior peso nella ricerca scientifica in termini numeri-

ci. Il tasso di ritiro di articoli europei nell'ambito biomedico è quadruplicato dal 2000 al 2021 e due terzi di questi articoli sono stati ritirati per cause legate a una cattiva condotta degli autori, principalmente manipolazione di dati e immagini. Questi i dati di uno studio che ha preso in esame più di 2.000 articoli biomedici con *corresponding authors* provenienti da una istituzione europea e ritirati dal 2000 al 2021, consultando Retraction Watch [3]. Le principali cause per quanto riguarda la cattiva condotta scientifica (*research misconduct*) sono cambiate nel corso di questi 20 anni. Nel 2000 infatti erano problemi etici, legali, legati all'autorialità e duplicazioni di immagini, dati o testi a causare la maggioranza dei ritiri. Nel 2020 invece, la duplicazione rimane una delle motivazioni principali, accanto all'inaffidabilità dei dati, che si riferisce ad esempio a una mancata fruibilità dei dati originali. Con il termine duplicazione si intende l'insieme di atti anche definiti di autoplagio, in quanto gli autori utilizzano le stesse immagini, dati o parti di testo in più di una pubblicazione, senza chiaramente fornire le opportune citazioni. I 4 Paesi europei con il più alto numero di articoli biomedici ritirati nel periodo preso in esame sono stati: Germania, Regno Unito, Italia e Spagna, ciascuno con un peculiare profilo di cause. Nel Regno Unito, per esempio, la falsificazione dei dati è stata la causa preponderante, mentre in Italia e in Spagna è stata la duplicazione.

3. OLTRE I PERCHÉ: UN'ANALISI STATISTICA

Poiché è stato spiegato e mostrato, con le più recenti analisi a supporto, che una buona percentuale di errori nella ricerca scientifica è imputabile a una scarsa conoscenza in termini di metodologia e approcci statistici e matematici, la seguente sezione si pone l'obiettivo di approfondire gli errori commessi nelle fasi di ottenimento, analisi dei dati e presentazione dei dati elaborati. Verranno anche presentati e discussi due esempi di articoli ritirati in anni recenti, sottolineando la presenza degli errori di seguito affrontati.

Per quanto riguarda l'ottenimento dei dati, l'errore più comune che può essere compiuto è relativo, in termini generali, a una scarsa conoscenza della provenienza dei dati stessi. Considerando ad esempio studi condotti tramite l'utilizzo di colture cellulari, ignorare la possibilità che una linea utilizzata sia contaminata, o scambiare normali variazioni tra lotti diversi per variabili di uno studio, porta all'utilizzo di dati grezzi che mancano di informazioni importanti per la loro successiva elaborazione.

Sulla questione della gestione dei dati, si utilizza il termine *research data management* (RDM) per indicare un processo che ha come obiettivo quello di assicurare

l'integrità dei dati di una ricerca scientifica e la loro fruibilità nel tempo. È inoltre un processo che fa parte di ogni *step* di una ricerca dal punto di vista dei dati, dalla pianificazione dell'ottenimento degli stessi alla presentazione dei risultati. Durante il processo di *research data management* è importante che ogni azione, ad esempio unire *datasets*, modificare variabili o escludere specifici dati, sia condotta seguendo metodi consolidati perché ciascuna azione è già per sua natura incline all'errore. Kovacs e colleghi hanno utilizzato Retraction Watch per ottenere una lista di articoli ritirati a causa di errori di *research data management*, ottenendo in totale 5.816 articoli [4]. Hanno successivamente contattato i *corresponding authors* degli articoli selezionati per intervistarli sulla base di un set prestabilito di domande. Agli autori è stato chiesto di scegliere un tipo di errore di RDM (Kovacs ne individua 20 tipi) e una tra 15 possibili cause per gli errori (tra le quali insufficiente pianificazione, cattiva comunicazione e pressione legata al tempo a disposizione). Agli autori intervistati è stato anche chiesto di indicare quanto stress hanno subito a causa del ritiro del loro articolo su una scala da 0 a 7 e se avessero cambiato qualcosa nel loro metodo di lavoro a causa di quanto successo. Sono state ricevute 97 risposte utilizzabili e il primo risultato interessante ottenuto è che quasi il 20% degli errori di RDM rientra nella categoria *incorrect data processing/analysis*, cioè errori dovuti a una incorretta analisi ed elaborazione dei dati.

Inoltre, per quanto riguarda le cause di questi errori, la disattenzione è risultata essere la risposta più rappresentata nel campione di autori (14%), seguita da problemi tecnici e cattiva comunicazione (13% e 12% rispettivamente).

Il 47% degli autori intervistati ha indicato di aver avuto un elevato livello di stress, con punteggio di 6 su 7, e un ulteriore 21% con un punteggio di 5. La stragrande maggioranza degli autori ha inoltre affermato di aver modificato il proprio metodo di lavoro. Hanno infine indicato alcuni suggerimenti per le riviste, che possono essere riassunti in tre punti principali: validare maggiormente i dati e la loro analisi, formulare avvisi di ritiro maggiormente informativi e avere politiche più chiare nell'indicare quali errori possono portare a un ritiro o a una misura meno drastica come la correzione.

È sicuramente responsabilità degli autori minimizzare l'incidenza di errori prima della pubblicazione, ma anche le riviste scientifiche hanno la responsabilità di garantire la credibilità di ciò che pubblicano. Ed è qui che entra in gioco nuovamente il metodo di *peer review*. Come è stato descritto in precedenza, è lo standard per quanto riguarda la Scienza contemporanea; tuttavia, è molto difficile che errori di RDM vengano colti durante questo processo, rendendo ancora più complesso il problema. In primo luogo, i revisori svolgono il proprio lavoro gratuitamente e molti potrebbero lavorare in condizioni di sovraccarico che possono portare a disat-

tenzioni per mancanza del tempo necessario a svolgere una revisione più accurata. Inoltre, per la maggior parte delle riviste non è ancora richiesto obbligatoriamente agli autori di inviare il codice (cioè il *testo* in un dato linguaggio di programmazione) utilizzato per eseguire l'analisi dei loro dati, rendendo virtualmente impossibile controllare la riproducibilità dei risultati ottenuti.

Nonostante i dati di partenza raccolti siano di buona qualità, altri errori potrebbero venir commessi nella fase di analisi, per esempio applicando incorrettamente un test statistico, scegliendo il test sbagliato o interpretando in maniera opposta il risultato del test statistico utilizzato.

Più nel dettaglio, sono tre gli errori molto frequenti che vengono compiuti e legati alla statistica: presentare la variabilità di una distribuzione utilizzando l'errore standard della media (SEM, *standard error of the mean*) e non la deviazione standard (SD, *standard deviation*), non indicare il valore esatto di *p-value* ottenuto e non rappresentare i dati grezzi utilizzati per calcolare la variabilità ma l'errore standard della media. Questi errori hanno a che fare sia con l'analisi dei dati che con la loro presentazione e le conseguenti conclusioni tratte a partire dai risultati.

Nel presentare la variabilità dei dati raccolti, l'utilizzo della deviazione standard rispetto all'errore standard della media è più corretto per una serie di motivi. Questi due parametri sono spesso utilizzati indifferentemente per esprimere la variabilità ma traducono in realtà significati diversi. La SEM quantifica l'incertezza nella misura della media dei valori e può essere utilizzata per calcolare l'intervallo di confidenza detto *confidence interval* (CI) mentre la SD indica la dispersione dei dati rispetto al valore medio calcolato. La SEM può essere interpretata come una misura di variabilità, ma riferita alla variabilità dei possibili valori di media di una determinata grandezza (o parametro) misurata, e non della variabilità dei valori che sono stati misurati. Presentare la misura di un determinato parametro (es. colesterolemia) come $\text{media} \pm \text{SEM}$ può portare a pensare che l'intervallo di variabilità della distribuzione attorno al valore medio di colesterolemia sia molto stretto, rispetto alla reale variabilità che si esprime in funzione della SD. Utilizzando ad esempio il calcolo del CI, si potrebbe dire che il 95% delle misure rientra nella $\text{media} \pm 2\text{SD}$, nel caso di una distribuzione normale. Ciò non sarebbe vero nel caso di utilizzo della SEM, perché l'intervallo $\text{media} \pm 2\text{SEM}$ conterrà il 95% delle medie dei campioni, ma non il 95% delle singole misure.

In aggiunta a questo, quando due distribuzioni vengono confrontate, ad esempio controllo vs. trattamento con un farmaco in uno studio clinico, la SD permette di calcolare l'*effect size*, un indicatore di quanto i due gruppi sono differenti in termini, ad esempio, di risposta a un farmaco rispetto al placebo. L'*effect size* viene calcolato

come differenza tra le medie divisa per la SD media fra i due gruppi. Un valore di 0.8, ad esempio, indica che le medie dei due gruppi sono distanti di $0.8SD$. La SEM, al contrario, non può essere utilizzata per questo calcolo. La SEM è una funzione della grandezza del campione, quindi può essere ridotta aumentando le dimensioni del campione (n), cosa che invece solitamente non avviene nel caso della SD. L'uso della SEM dovrebbe quindi essere limitato a quando gli autori vogliono esprimere la precisione del loro studio, in termini di quanto il campione utilizzato rappresenta fedelmente la popolazione generale. Infine, considerando la rappresentazione grafica dei dati, ad esempio tramite un grafico a barre che contiene anche le barre di errore, queste saranno di dimensioni ridotte se si utilizza la SEM rispetto alla SD, essendo la prima calcolata come rapporto tra la SD e la radice di n , e quindi per definizione inferiore numericamente alla SD.

Per quanto riguarda invece la *p-value*, in poche parole è il risultato di un test di ipotesi e indica la probabilità di ottenere risultati compatibili con quelli effettivamente osservati per una ipotesi supposta vera, definita ipotesi nulla. Se per esempio si vuole comprendere se un dato parametro (ad esempio la concentrazione di un enzima) varia tra due gruppi, l'ipotesi nulla è che non ci sia differenza nella concentrazione di enzima tra i due gruppi e le differenze osservate tra i due campioni sono solo dovute a casuali fluttuazioni e non a differenze tra i due gruppi (come, ad esempio, l'esposizione a un farmaco). Un *p-value* inferiore a 0.05 indicherebbe una probabilità inferiore al 5% di osservare gli stessi risultati (es. una differenza tra i due gruppi) in condizioni di ipotesi nulla vera. Normalmente un *p-value* minore di 0.05 indica la presenza di una differenza statisticamente significativa tra i due gruppi, non spiegabile con la sola casualità dovuta al campionamento.

Un errore molto comune consiste nell'interpretare valori di *p-value* tra 0.05 e 0.1 come non propriamente indicativi di una significatività statistica ma comunque sufficientemente validi a indicare una tendenza statistica. Questo approccio risulta particolarmente rischioso nel portare a conclusioni errate.

Per dare un'idea della portata dei fenomeni appena descritti, un'analisi condotta sul totale di articoli scientifici pubblicati nel 2015 dal «Journal of Neurophysiology», ha mostrato che il 65% degli articoli contenenti grafici ha utilizzato la SEM come valore per rappresentare le barre di errore a fronte di un 20% che ha invece utilizzato la SD. Inoltre, il 56,8% ha interpretato *p-value* compresi tra 0.1 e 0.05 come significativi o indicativi di un *trend* (contro un restante 43,2% che non lo ha fatto).

Come esempio si riporta l'articolo di A.R. Nielsen, R. Mounier, P. Plomgaard e colleghi dal titolo: *Expression of interleukin-15 in human skeletal muscle effect of*

exercise and muscle fibre type composition pubblicato nel 2007 sul «Journal of Physiology». Come indicato nella sezione “Materiali e metodi”, i dati sono presentati nella tabella e nei grafici (*bar plot*) come media $\pm$ SEM. Inoltre, *p-values* inferiori a 0.05, senza indicare valori precisi, vengono considerati statisticamente significativi, tuttavia nel valutare i livelli di espressione dell’IL-15 oggetto dello studio tramite quantificazione del suo mRNA, un *p-value* pari a 0.07 tra l’espressione nel tricipite e quella nel *vastus lateralis* viene interpretato come indicativo di una tendenza a un minor livello di espressione nel *vastus lateralis*.

Prendendo in esame i grafici presenti negli articoli scientifici, anche questi non sono scevri da errori, alcuni più comuni di altri. Una delle funzioni principali dei grafici può essere interpretata come quella di riportare in maniera più oggettiva possibile i dati sperimentali, prima di presentare i risultati di test di statistica descrittiva come medie e test di ipotesi al posto dei dati di partenza, combinandoli inevitabilmente con delle assunzioni di base. Il livello di dettaglio dei grafici può essere non sufficientemente elevato, presentando valori medi o frequenze invece dei singoli valori (*data points*) e quindi della loro distribuzione. Questi approcci non sfruttano il potenziale dei grafici che consentono di presentare complesse relazioni presenti nell’intero *dataset*, comprensivo di più oggetti e variabili e di una loro distribuzione. Più nello specifico, gli errori possono essere: mancanza di chiarezza nella definizione degli elementi del grafico o discordanza tra testo/descrizione e grafico, misurazioni in coppia non mostrate, assenza di barre di errore o simboli di significatività statistica se presente, utilizzo non consapevole di forme e colori. Per fare un primo esempio pratico, rappresentare i singoli valori per ciascun campione come punti (*scatterplot*), oltre al grafico a barre (*bar plot*), permette di apprezzare anche la variabilità e la distribuzione intra-campione, oltre che quella inter-campione utilizzata per trovare le differenze significative tra i vari campioni.

Il problema di utilizzare grafici a barre per rappresentare variabili continue e che quindi avranno una certa distribuzione, che in ambito biologico è spesso normale, risiede nel sottrarre informazioni molto importanti, quali il tipo di distribuzione che i singoli valori assumono in ciascuna classe o gruppo sperimentale, poiché nel grafico a barre viene presentato il valore medio, auspicabilmente associato alla deviazione standard. Tuttavia, diverse distribuzioni possono portare alla stessa rappresentazione tramite grafico a barre, come si può apprezzare in Figura 1, omettendo informazioni importanti sui risultati ottenuti.

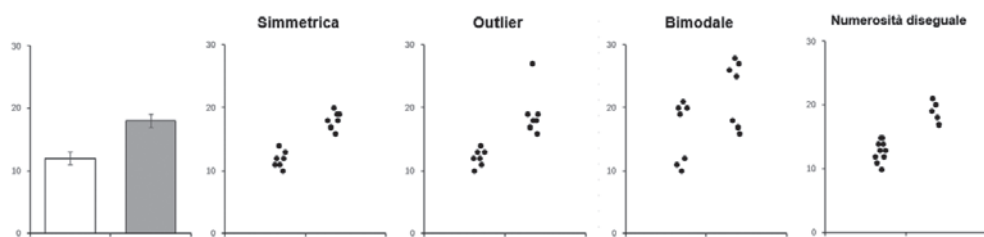


FIG. 1. Distribuzioni diverse possono risultare nello stesso grafico a barre.

Inoltre, quando i grafici a barre vengono utilizzati per mostrare dati accoppiati, questi potrebbero erroneamente far supporre che i due gruppi a confronto siano indipendenti, impedendo a chi legge il grafico di capire la portata e la direzione di eventuali cambiamenti avvenuti tra una misura e l'altra della coppia (Fig. 2).

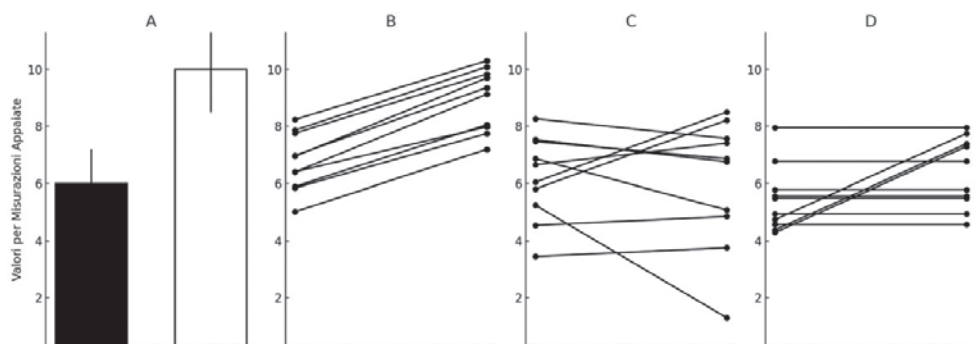


FIG. 2 Rappresentazione di misure non indipendenti.

Quando la dimensione del campione (n) è ridotta, sarebbe auspicabile non rappresentare i dati solamente tramite grafici a barre che offrono un riassunto dei dati raccolti. Anche nel caso di istogrammi, se i dati sono pochi non si ha una chiara rappresentazione della distribuzione che assumono. Per quanto riguarda inoltre i test statistici, sarebbe più corretto non decidere a priori che la distribuzione dei dati è normale, specie se il campione è ridotto, e quindi non per forza applicare un test parametrico tipo t-test o ANOVA ma un test non parametrico.

ESEMPIO I

Il primo esempio che verrà presentato riguarda un articolo intitolato *Methotrexate in the treatment of symptomatic knee osteoarthritis: randomised placebo-controlled trial* pubblicato da A. Abou-Raya, S. Abou-Raya e T. Khadrawe su «Annals of

Rheumatic Disease» nel 2014 e ritirato nel 2016 a causa di errori nel processo di analisi statistica. L'articolo riguarda l'efficacia del metotrexato (una molecola antagonista della sintesi dell'acido folico) nel trattamento dei sintomi dell'osteoartrite del ginocchio, valutata in un trial randomizzato trattamento vs. placebo. Gli errori che hanno portato al ritiro sono di varia natura, e alcuni rientrano nei casi descritti nel paragrafo precedente. In particolare, i dati sono stati mostrati considerando la variabile dell'età, ma aggregati considerando l'età di 60 anni, nonostante sia nel gruppo del trattamento sia nel gruppo del placebo l'età sia distribuita dai 60 ai circa 80 anni. Inoltre, la correlazione tra l'età e la malattia è presente nel gruppo di trattamento con metotrexato ma non nel gruppo placebo.

A contribuire al ritiro dell'articolo è plausibilmente stato anche il fatto che non tutto il codice utilizzato per l'analisi statistica è stato pubblicato. Questo risulta dannoso perché i materiali e i metodi di un articolo sperimentale devono contenere tutte le informazioni necessarie ad attestare la riproducibilità degli esperimenti condotti, comprese le analisi statistiche svolte a seguito della raccolta dei dati.

ESEMPIO 2

Questo secondo esempio riguarda un articolo dal titolo *Individual Differences in Response to Antidepressants: A Meta-analysis of Placebo-Controlled Randomized Clinical Trials* pubblicato da M.M. Maslej, T.A. Furukawa, A. Cipriani, P.W. Andrews e B.H. Mulsant sul «Journal of the American Medical Association (JAMA) Psychiatry» a febbraio 2020 e ritirato a giugno dello stesso anno. L'articolo è una meta-analisi di studi clinici randomizzati volta a evidenziare differenze individuali nella risposta al trattamento della depressione maggiore con antidepressivi. L'articolo è stato ritirato perché l'analisi statistica non è stata condotta correttamente e il modello utilizzato per misurare la variabilità di risposta, basato sul coefficiente di variazione, è errato, i risultati di conseguenza non sono più considerati validi. I cinque autori dell'articolo hanno deciso di contattare Retraction Watch per comunicare che gli errori sono stati commessi in buona fede, e che l'approccio utilizzato era relativamente nuovo nell'ambito della psichiatria. Gli autori inoltre hanno concordato sulla non correttezza dei risultati, aggiungendo che questi errori possono succedere e, quando vengono individuati e corretti, portano un beneficio alla Scienza. Entrando nel dettaglio dell'articolo, i ricercatori mostravano che analizzando 87 studi clinici randomizzati sull'utilizzo di antidepressivi per il trattamento di depressione maggiore, si evidenziava un 14% in più di variabilità nella risposta agli antidepressivi rispetto al placebo. La variabilità in risposta a farmaci noradrenergici

era inoltre maggiore di quella dei farmaci SSRI (inibitori selettivi della ricaptazione della serotonina). Gli autori conclusero che le differenze individuali osservate potessero essere associate alla risposta agli antidepressivi oltre all'effetto placebo o a fattori statistici.

Gli stessi autori pubblicarono nuovamente nel 2021 una meta-analisi più approfondita, includendo 91 studi clinici randomizzati, non trovarono però alcun aumento di variabilità in risposta agli antidepressivi rispetto al placebo, a differenza di quanto mostrato precedentemente. La variabilità in risposta a farmaci noradrenergici si confermava però maggiore di quella in risposta a farmaci SSRI. Gli autori conclusero che le differenze individuali dei pazienti potrebbero non significare una variabilità nella risposta al trattamento con farmaci antidepressivi, anche di tipologie diverse. Confrontando i due articoli, i metodi utilizzati per le analisi statistiche applicate ai dati raccolti sono sostanzialmente diversi e hanno infatti portato a conclusioni opposte.

I due esempi citati non si pongono l'obiettivo di descrivere i due esperimenti condotti ma di far emergere alcuni degli errori che vengono commessi e come gli autori ne rispondono, se lo fanno. Molti degli articoli che vengono ritirati tuttavia non sono accessibili, le *retraction notices* non presentano in maniera esaustiva gli errori commessi oppure non sono a loro volta accessibili.

4. CONCLUSIONI

Pur esistendo un buon database per la raccolta degli articoli ritirati, o corretti, questo non è omnicomprensivo e inoltre, per la maggior parte degli articoli, la rivista non specifica il motivo del ritiro. Per questa ragione, gli autori e fondatori di Retraction Watch utilizzano il blog da loro creato per approfondire di volta in volta i motivi del ritiro di un determinato articolo, talvolta contattando gli autori stessi o la rivista. L'assenza di linee guida universali per la procedura di ritiro o correzione degli articoli impedisce inoltre di avere una visione chiara del fenomeno. Si è cercato di approfondire gli aspetti principali legati agli errori statistici e alle loro conseguenze, e di fornire due esempi in materia, presentando nel secondo di essi anche come gli autori abbiano rimediato. Non tutti gli errori commessi, seppur gravi e invalidanti dei risultati ottenuti e delle conclusioni tratte, sono deliberati e sintomo di frode; tuttavia, in ogni caso si evince la necessità di una maggiore *literacy* in ambito scientifico sulla presentazione e analisi dei dati, e di una implementazione e armonizzazione delle linee guida adottate dalle riviste scientifiche nel processo di revisione e di pubblicazione.

BIBLIOGRAFIA

- [1] J. Brainard, *What a massive database of retracted papers reveals about science publishing's 'death penalty'*, «Science», 25 ottobre 2018.
- [2] Q.-H. Vuong, *The limitations of retraction notices and the heroic acts of authors who correct the scholarly record: An analysis of retractions of papers published from 1975 to 2019*, «Learned Publishing», 2020, 33(2): pp. 119-130, doi: 10.1002/leap.1282.
- [3] F. Freijedo-Farinas, A. Ruano-Ravina, M. Pérez-Ríos *et al.*, *Biomedical retractions due to misconduct in Europe: characterization and trends in the last 20 years*, «Scientometrics», 2024, 129: pp. 2867-2882, doi: 10.1007/s11192-024-04992-7.
- [4] M. Kovacs, M.A. Varga, D. Dianovics, R.A. Poldrack, B. Aczel, *Opening the black box of article retractions: exploring the causes and consequences of data management errors*, «Royal Society Open Science», 2024, 11(12): 240844, doi: 10.1098/rsos.240844.

L'ACCESSO ALL'ABORTO IN AMERICA LATINA

LA MAREA VERDE E LA LEGALIZZAZIONE
IN ARGENTINA E MESSICO

ANDREA PESSOTTO

I. INTRODUZIONE

È stimato che, al 2020, il 97% delle donne in età riproduttiva residenti in America Latina e nei Caraibi (LAC) visse in Stati in cui l'aborto veniva criminalizzato o l'accesso alla procedura di interruzione volontaria di gravidanza (IVG) era regolato da legislazioni molto restrittive¹. Negli ultimi anni, tuttavia, si è assistito a importanti conquiste in materia, che restituiscono oggi un'immagine diversa e complessa dello scenario latinoamericano². Dopo una panoramica generale sulla disciplina dell'interruzione di gravidanza in quest'area e una breve parentesi sull'esperienza colombiana, si analizzerà la *Marea Verde*, il fenomeno di mobilitazione femminista che sta alla base dell'avanzamento dei diritti sessuali e riproduttivi nella regione. Nel presentare il movimento, ci si concentrerà sul caso dell'Argentina, Paese in cui la *Marea* si è originata, nonché esempio principale di legalizzazione dell'aborto per via legislativa. Infine, si approfondiranno le vicende che hanno interessato il Messico, lo Stato latinoamericano che più di recente ha riconosciuto il diritto all'interruzione di gravidanza, in questo caso per via giudiziaria.

2. LO STATO DELL'ARTE IN AMERICA LATINA, TRA CRIMINALIZZAZIONE DI LUNGA DATA E PROGRESSI RECENTI

Osservando il panorama latinoamericano attuale si può affermare con certezza che, sul fronte dell'aborto, la regione non rappresenta un'entità monolitica³: nelle diverse legislazioni statali permangono spiccate specificità, e il progresso in materia dei diritti sessuali e riproduttivi è generale ma disomogeneo. Si incontra, in particolare, la resistenza della centenaria tradizione cristiana cattolica⁴ e, complice la sua

¹ Centre for Reproductive Rights, *Latin America and the Caribbean (LAC) Program*, <https://reproductiverights.org/wp-content/uploads/2020/12/fact-sheet-el-golpe.pdf>.

² Oggi, secondo il Centre for Reproductive Rights, la percentuale di donne che in LAC vivono in Stati con leggi restrittive in materia di interruzione volontaria di gravidanza è scesa all'83%, <https://reproductiverights.org/our-regions/latin-america-caribbean/>.

³ Garibotto sostiene l'esistenza di una visione etnocentrica che spinge a considerare l'America Latina come un tutto indistinto, sottosviluppato rispetto al nord globale (V. Garibotto, *Uneven Reproductive Landscapes: The Abortion Documentary in Latin America*, «Latin American Research Review», 2023, 58(3): pp. 685-693).

⁴ L. Greenhouse, R. Siegel, D. Salazar Marín, *Abortion: Rights in Motion*, «Yale Law School, Public Law Research Paper», 2022 (<https://ssrn.com/abstract=4284221>).

recente diffusione capillare, di quella evangelica, particolarmente conservatrice sul tema. Secondo la classificazione effettuata da *The Abortion Laws Map*⁵, in America Latina è possibile enucleare quattro diversi gruppi di leggi sull'aborto. Al primo appartengono gli Stati che vietano completamente la pratica dell'interruzione di gravidanza, prevedendo l'incarcerazione delle donne che si siano sottoposte ad un aborto clandestino e del personale medico che abbia effettuato la procedura⁶ (Aruba, Curaçao, El Salvador, Giamaica, Haiti, Nicaragua, Repubblica Dominicana, Suriname e Honduras). Il caso di quest'ultimo è particolarmente interessante dal momento che nel gennaio del 2021, in seguito alla legalizzazione dell'aborto in Argentina, i parlamentari honduregni hanno approvato quello che è stato rinominato «*scudo contro l'aborto*»⁷: è ora sancito in Costituzione il rispetto della vita sin dal concepimento, e l'interruzione volontaria di gravidanza è equiparata all'omicidio.

Nel secondo insieme vanno annoverati gli Stati che autorizzano l'aborto se lo esige la salvaguardia della vita della gestante (Brasile, Cile, Guatemala, Panama, Paraguay e Venezuela). Il caso del Cile è degno di nota: ai tempi di Pinochet, l'aborto era proibito in qualsiasi circostanza e solo in tempi recenti una rinnovata coscienza sociale ha portato ad allentare tale stringente legislazione. In seguito alla riforma del codice penale cileno del 2017, infatti, è permessa l'interruzione legale della gravidanza (ILE) in caso di rischio di morte per la gestante, ma anche di stupro o difetto congenito del feto che ne impedisce la sopravvivenza extrauterina. Il progetto della nuova Costituzione cilena, respinto in occasione del plebiscito costituzionale del settembre del 2022, riservava particolare spazio ai diritti riproduttivi e sarebbe stata la prima legge fondamentale a codificare il diritto all'interruzione volontaria di gravidanza.

All'interno del terzo gruppo troviamo Paesi leggermente più liberali, che consentono l'interruzione di gravidanza a generale protezione della salute fisica o mentale della gestante, permettendo sempre l'IVG in caso di violenza sessuale (Bolivia, Costa Rica, Perù, Ecuador).

Il quarto ed ultimo gruppo, infine, comprende gli Stati che hanno legalizzato l'aborto, anche se con differenti finestre temporali per effettuare la procedura

⁵ Centre for Reproductive Rights, *The World Abortion Laws Map* (<https://reproductiverights.org/maps/worlds-abortion-laws/>).

⁶ O.G. Encarnación, *Gleaning Hope From Latin America's Abortion Rights Revolution*, «The Nation», 18 Maggio 2022 (<https://www.thenation.com/article/world/latin-america-abortion-rights/>).

⁷ «Shield against abortion», J. Webber, *Honduras locks in permanent ban on abortion*, «Financial Times», 22 gennaio 2021 (<https://www.ft.com/content/962b778f-fb10-41c5-a9b3-bab11707b537>).

(Cuba, Guyana e Uruguay, ai quali, dal 2020 ad oggi, si sono aggiunti Argentina, Colombia e Messico). Il percorso che ha portato alla decriminalizzazione dell'IVG in Colombia offre spunti importanti. La via prescelta è stata quella giudiziaria: nel 2006 la Corte Costituzionale ha liberalizzato l'aborto in tre fattispecie: quando la continuazione della gravidanza costituisce un pericolo per la salute o la vita della gestante; quando gravi malformazioni del feto ne impediscono la *viability* (la sopravvivenza al di fuori dell'utero); infine, quando la gravidanza è il risultato di stupro, incesto, inseminazione artificiale abusiva o trasferimento di ovuli fecondati non consensuale. La sentenza sul punto⁸ è particolarmente significativa quanto all'argomentazione proposta: i giudici, infatti, sostengono che il divieto assoluto di interruzione di gravidanza comprime eccessivamente il diritto alla salute e al libero sviluppo della personalità delle gestanti, e viola il principio di eguaglianza e di non discriminazione. Il ragionamento sviluppato nella decisione costituisce un esempio di inquadramento dell'aborto in un *framework* fondato sui diritti fondamentali, prima fra tutti la dignità umana, ed è stato di ispirazione per alcune pronunce successive⁹. La liberalizzazione dell'aborto in Colombia è stata poi completata nel febbraio del 2022¹⁰: la Corte Costituzionale ha depenalizzato totalmente la procedura fino alla ventiquattresima settimana di gravidanza, sancendo inoltre che tale limite non si applica ai tre casi già riconosciuti nella sentenza del 2006. Innovando rispetto alla pronuncia precedente, i giudici hanno riconosciuto anche una violazione della libertà di coscienza – dal momento che la negazione dell'autonomia riproduttiva impedisce alle gestanti di essere coerenti con il proprio sistema di valori – e un'indebita discriminazione a carico delle persone in condizione di particolare vulnerabilità e delle soggettività migranti. È fondamentale evidenziare che, mentre in aula la Corte si pronunciava sulla legalizzazione, le strade erano gremite di manifestanti: la vittoria, infatti, non sarebbe stata possibile senza l'azione di *Causa Justa*¹¹, il network di organizzazioni e collettivi femministi che ha organizzato e sostenuto la mobilitazione popolare e che ha fatto da ricorrente, avanzando gran parte delle riflessioni poi accolte dai giudici costituzionali.

⁸ Corte Costituzionale Colombiana, decisione C-355 del 10 Maggio 2006, <https://www.alcaldia-bogota.gov.co/sisjur/normas/Norma1.jsp?i=21540>.

⁹ Si veda il caso messicano, *infra* paragrafo 4.

¹⁰ Corte Costituzionale Colombiana, decisione C-055 del 21 febbraio 2022, <https://reproductiverights.org/wp-content/uploads/2023/07/Constitutional-Court-Ruling-C-055-de-2022-ENGLISH-VERSION.pdf>.

¹¹ *Causa Justa por el Aborto* (<https://causajustaporelaborto.org/>)

Come emerge da quanto detto sinora, lo scenario latinoamericano è oggi molto variegato: accanto a Stati che tuttora osservano leggi “draconiane”¹², si intravede una tendenza a riconsiderare la criminalizzazione dell’IVG. Le strade percorse sono diverse: alcuni Paesi, come l’Uruguay e l’Argentina, hanno optato per il dibattito parlamentare; altri, come l’Ecuador¹³, invece, hanno preferito procedere per vie giudiziarie, specie nell’ipotesi in cui il potere politico si fosse dimostrato in passato poco sensibile alle istanze popolari. Al di là delle peculiarità dei contesti locali, il *trend* di liberalizzazione dell’aborto è regionale: i successi recenti in America Latina sono interconnessi¹⁴ e vanno in gran parte attribuiti alla mobilitazione massiva che ha interessato la regione e che è nota a livello internazionale come *Marea Verde* (spesso tradotta in Italia anche come *Onda Verde*)¹⁵.

3. ARRIVA LA MAREA: LA STORIA DELLA LEGALIZZAZIONE IN ARGENTINA

L’Argentina ha legalizzato l’IVG nel dicembre del 2020, con la promulgazione della legge n. 27610¹⁶, che, modificando alcune disposizioni del Codice Penale argentino¹⁷, ha consentito alle donne e alle persone capaci di gestazione di abortire liberamente fino alla quattordicesima settimana di gravidanza, e senza limiti di tempo in caso di stupro o di pericolo per la vita della gestante. La storia che ha portato alla depenalizzazione dell’aborto nel Paese, tuttavia, era iniziata diversi anni prima: la riorganizzazione femminista della post-dittatura, infatti, si batteva da tempo per inserire l’aborto nell’agenda parlamentare, con la *Campaña Nacional por el Derecho al Aborto Legal, Seguro y Gratuito* lanciata nel maggio del 2005. Nata come *network* di gruppi femministi locali, la Campagna è cresciuta affiancan-

¹² Amnesty International, *Latin America’s draconian abortion laws and policies punish millions of women and girls* (<https://www.amnesty.org/en/latest/news/2015/05/latin-americas-draconian-abortion-laws-and-policies-punish-millions-of-women-and-girls/>).

¹³ Sul punto si veda L. Greenhouse, R. Siegel, D. Salazar Marín, *Abortion* cit.

¹⁴ A. Brigo, M. Souza, *Legalizzazione e Depenalizzazione Sociale dell’Aborto in America Latina: Un’Analisi Comparata tra Brasile e Argentina*, «Nomos. Le Attualità del diritto», 2022, 2.

¹⁵ L. Taylor, *How South America Became a Global Role Model for Abortion Rights*, «The BMJ», 2022, 378, doi: 10.1136/bmj.o1908.

¹⁶ Honorable Congreso de la Nación Argentina, Ley 27610/2020, Acceso a la Interrupción Voluntaria del Embarazo, <https://www.argentina.gob.ar/normativa/nacional/ley-27610-346231/texto> (Arg.).

¹⁷ Artt. 85, 86, 88, Código Penal de la Nación Argentina, Ley 11179/1921, <https://www.argentina.gob.ar/normativa/nacional/ley-11179-16546/actualizacion> (Arg.).

dosi a numerosi altri collettivi (*Niñas No Madres, Lesbianas y Feministas por la Decriminalización, Socorristas en Red* per citarne alcuni) fino ad assumere risonanza a livello federale. Da allora, le svariate organizzazioni – oggi centinaia – che conta l'alleanza hanno affollato le piazze, unite dai *pañuelos*, bandane verdi che hanno eletto a proprio simbolo.

L'impiego massiccio di questi fazzoletti, da cui deriva l'espressione *Marea Verde* con cui si è soliti identificare il movimento, situa la lotta argentina per la legalizzazione dell'aborto nella genealogia femminista che fa capo alle *Madres de Plaza de Mayo*, il gruppo di donne che, alla fine degli anni Settanta, nella piazza di Buenos Aires da cui traggono il proprio nome, protestavano per il ritorno dei figli "sovversivi", i *desaparecidos* vittime della brutale dittatura militare di Videla. I *pañuelos* delle femministe odierne sono un tributo e un prestito, che, in un'ottica intergenerazionale, connette le due lotte: le *Madres*, infatti, durante le loro contestazioni, portavano sul capo dei fazzoletti bianchi triangolari; il colore verde, invece, è una rivendicazione del valore della vita¹⁸, contro la retorica antiabortista che si arroga l'appellativo di *pro-life*.

A distanza di più di dieci anni dal lancio della campagna, le mobilitazioni sono divenute talmente imponenti che il potere politico non ha potuto rimanere sordo alle rivendicazioni femministe: il salto qualitativo e quantitativo si è avuto in seguito alla nascita di *Ni Una Menos*, il movimento che dal 2015 si batte contro il sistema patriarcale per eliminare i femminicidi e le altre forme di violenza di genere. Convergenndo con questa realtà, la *Campaña Nacional* è riuscita a rinsaldare la propria articolazione nazionale, grazie al coinvolgimento di generazioni diverse di femministe e di numerosi esponenti della società civile (organizzazioni professionali, personalità accademiche e professionisti del settore sanitario)¹⁹. Ciò ha permesso di avanzare numerose proposte, tra cui anche alcune iniziative legislative; il rigetto della proposta di legge presentata dalle femministe nel 2018 non è stato salutato come una sconfitta: al contrario, ha dato prova che il movimento aveva abbattuto con successo molti dei tabù connessi all'aborto, depenalizzandolo socialmente²⁰. Sul piano legale, la conquista è giunta a breve distanza, anche grazie al presidente neoeletto Alberto Fernandez, che aveva fatto dell'IVG un punto importante della

¹⁸ N. Fixmer-Oraiz, L.M. Murillo, *The Term "Life" Should Return to Us: Learning from Latin America's Green Wave*, «Women Language», 2023, 46: pp. 275-284.

¹⁹ M. Daby, M.W. Moseley, *Feminist Mobilization and the Abortion Debate in Latin America: Lessons from Argentina*, «Politics & Gender», 2022, 18(2): pp. 359-393.

²⁰ A. Brigo, M. Souza, *Legalizzazione e Depenalizzazione Sociale* cit.

propria campagna elettorale. Tale risultato, secondo la politologa Diana Mulinari, «deve essere inteso come il frutto della lunga storia di lotte delle donne argentine e di decenni di mobilitazione femminista²¹».

3.1 LE RAGIONI DEL SUCCESSO DEL MOVIMENTO

L'affermazione della *Marea Verde* è certamente legata ad alcune tendenze in atto in America Latina, prime fra tutte la democratizzazione e la crescente secolarizzazione che hanno accompagnato l'ondata di transizioni politiche avviata negli anni Ottanta²². Tuttavia, non si possono trascurare alcuni meriti specifici del movimento, come la capacità di concentrare al proprio interno realtà diverse ma politicamente affini: gruppi femministi, ONG per la protezione dei diritti umani, organizzazioni di lavoratori, collettivi per i diritti LGBTQIA+ e così via. Una simile convergenza, elemento cardine del successo della *Marea Verde*, si è resa possibile grazie al *reframing* dell'aborto come diritto fondamentale: le femministe latinoamericane, infatti, rifuggendo dalla retorica individualista che vede nell'interruzione della gravidanza una questione di *privacy*, hanno riconnesso l'aborto al valore centrale della dignità e della salute umana, riformulando la lotta per la legalizzazione in termini di giustizia sociale e riproduttiva²³. Tale nuova narrazione dell'aborto ha reso la legalizzazione un tema di portata collettiva: la questione di se, quando e come interrompere una gravidanza è così transitata dalla dimensione della scelta individuale a quella pubblica, accrescendone la risonanza.

In questo cambio di prospettiva è stata adottata una lente intersezionale, che ha messo in luce come diverse forme di discriminazioni, sistemiche e più o meno velatamente istituzionalizzate, comprimono specialmente l'autonomia di alcune categorie in materia di genitorialità (le gestanti povere, indigene, di colore e, più in generale, provenienti da gruppi tradizionalmente marginalizzati). Infatti, mentre

²¹ D. Mulinari, *In Green and White: Feminist Struggles for Abortion Rights in Argentina*, in R. Selberg, M. Kolankiewicz, D. Mulinari (eds), *Struggles for Reproductive Justice in the Era of Anti-Genderism and Religious Fundamentalism*, London, Palgrave Macmillan, 2023.

²² O.G. Encarnación, *Gleaning Hope* cit.

²³ Con giustizia riproduttiva, espressione coniata dalle femministe nere statunitensi negli anni Novanta (L.J. Ross, *Reproductive Justice: An Introduction*, 2017) si fa riferimento ad una teoria sintetizzabile «nel diritto umano di mantenere l'autonomia corporale personale, di avere figli, di non averne, e di allevare i figli che abbiamo in comunità sicure e sostenibili [«(...) human right to maintain personal bodily autonomy, have children, not have children, and parent the children we have in safe and sustainable communities», SisterSong: Women of Color Reproductive Justice Collective (<https://www.sistersong.net/reproductive-justice>)].

le donne benestanti hanno più facilmente accesso ad aborti clandestini ma tendenzialmente sicuri, ricorrendo a cliniche private, oppure spostandosi oltre i confini nazionali, le gestanti più vulnerabili sono spesso costrette a portare a termine una gravidanza non voluta o a sottoporsi a procedure pericolose²⁴. Sottolineando la correlazione tra il contesto socio-economico di provenienza e gli alti tassi di mortalità e morbosità materne, si è fatto dell'aborto un problema e di classe²⁵ e di salute pubblica, associato al mancato accesso a procedure legali e sicure.

Il movimento, inoltre, si è impegnato nel problematizzare il reato di aborto in una prospettiva di genere, descrivendolo come forma a prima vista occulta di violenza di genere²⁶. Ciò ha permesso di avvicinarsi alla già ricordata *Ni Una Menos*, grazie alla cui azione si è sottolineato che la negazione dell'autonomia femminile sul corpo costituisce un esempio di coercizione riproduttiva²⁷, un'ulteriore manifestazione dell'oppressione di matrice patriarcale, che viola i diritti sessuali e riproduttivi delle donne e delle persone con capacità di gestazione²⁸.

Non va dimenticato, inoltre, il forte supporto proveniente dai gruppi di attivismo LGBTQIA+: il movimento, infatti, ha lottato per abbattere gli stereotipi, frutto di una concezione essenzializzante della donna e della maternità, che immaginano la gravidanza e, di conseguenza, la possibilità di abortire come appannaggio delle donne eterosessuali e *cisgender*. All'interno di tale fenomeno di «queering of abortion rights²⁹», le femministe argentine si sono battute per diffondere un linguaggio inclusivo in materia di aborto, incorporando nozioni non-normative della sessualità e dell'identità di genere all'interno dei propri messaggi, attività e proposte di legge³⁰. Infine, il merito più grande della *Marea Verde* è stato forse quello di combattere con decisione e perseveranza contro lo stigma associato all'aborto:

²⁴ O.G. Encarnación, *Gleaning Hope* cit.

²⁵ M.A. Gutierrez, *Politics of Recognition: The National Campaign for the Right to Legal, Safe and Free Abortion in Argentina*, «South Atlantic Quarterly», 2023, 122(2): pp. 386-396.

²⁶ Revilla Blanco ritiene che ciò che unisce l'attivismo e l'ideologia femminista non solo *pro-choice* e non solo in Argentina ma in tutta l'America Latina sia, appunto, la lotta per porre fine a ogni forma di violenza di genere (si veda M. Revilla Blanco, *Del ¡Ni una más! al #NiUnaMenos: Movimientos de Mujeres y Feminismos en América Latina*, «Política y Sociedad», 2019, 56(1): pp. 47-67).

²⁷ M. Daby, M.W. Moseley, *Feminist Mobilization* cit.

²⁸ N. Fixmer-Oraiz, L.M. Murillo, *The Term "Life"* cit.

²⁹ B. Sutton, E. Borland, *Queering Abortion Rights: Notes from Argentina, Health & Sexuality*, «Culture, Health & Sexuality», 2018, 20(12): pp. 1378-1393.

³⁰ Si pensi, ad esempio, all'espressione «persone con capacità di gestazione» in luogo di «donne gestanti», già incontrata più volte in questo scritto, o alla formula «personas con otras identidades de género con capacidad de gestar», utilizzata nella legge argentina che legalizza l'IVG.

l'obiettivo primario del movimento, infatti, era quello di decriminalizzare a livello sociale la pratica, preparando il terreno alla sua regolamentazione³¹.

La mobilitazione argentina ha contribuito non soltanto a legalizzare l'interruzione di gravidanza, ma anche a plasmare nel dettaglio i termini in cui tale legalizzazione è avvenuta: i parlamentari argentini, infatti, hanno accolto molte delle richieste del movimento, a partire da quelle sintetizzate nello slogan della Campagna Nazionale («Educazione sessuale per decidere, anticoncezionali per non abortire, aborto legale per non morire³²»). La legge del 2020 adotta un approccio in senso lato "olistico" all'aborto: oltre alla legalizzazione della pratica, è riconosciuto il diritto all'«atención postaborto», all'accesso a informazioni, all'educazione sessuale e ai metodi contraccettivi. Sensibile all'esigenza di garantire un accesso equo all'assistenza sanitaria a tutte le persone che intendono sottoporsi all'IVG, la legge stabilisce che tutti i servizi devono essere forniti gratuitamente sia nelle istituzioni pubbliche che in quelle private. Da ciò si evince come l'ottica intersezionale e di giustizia riproduttiva del movimento si sia trasfusa nella legge, che, oltre alla libertà negativa di decidere per sé, sancisce una libertà positiva di abortire, imponendo specifici doveri – di cura e non solo – allo Stato.

4. LA GIURISPRUDENZA MESSICANA IN MATERIA DI ABORTO: UN PERCORSO A TAPPE

Le vicende che hanno portato alla legalizzazione dell'interruzione di gravidanza in Messico sono lunghe e complesse, e in queste sede se ne offrirà una ricostruzione essenziale. Innanzitutto, per comprendere l'esperienza messicana, è doveroso ricordare che ci si trova in uno Stato federale, formato da trentadue entità federative (trentuno Stati ai quali si aggiunge Città del Messico); ciascuna di queste dispone di propri codici penali, che regolano con una certa autonomia la materia riproduttiva, ai quali si aggiunge il *Código Penal Federal*³³. La prima entità a decriminalizzare

³¹ S. De Guio, *Un movimento femminista internazionale e trasversale per il diritto all'aborto e non solo: il modello dell'America Latina*, «Valigia Blu», 18 luglio 2022 (<https://www.valigiablu.it/aborto-america-latina/>), «Il dibattito è entrato nelle case [...] quando una adolescente lega il fazzoletto verde allo zaino, il tema si affronta in famiglia e questo è un grande passo, da cui non si torna indietro».

³² «Educación sexual para decidir, anticonceptivos para no abortar, aborto legal para no morir» è lo slogan della Campagna.

³³ Código Penal Federal, Nuevo Código Publicado en el Diario Oficial de la Federación el 14 de agosto de 1931. (Texto vigente, Últimas reformas publicadas DOF 07-06-2024 <https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/CPF.pdf>)

l'aborto è stata la capitale, Città del Messico, dove dal 2007 è ammessa l'IVG nel primo trimestre di gestazione³⁴.

4.1 L'ACCIÓN DE INCONSTITUCIONALIDAD 148/2017

Per un primo *landmark ruling* in materia di aborto si è dovuto attendere il settembre del 2021, quando la *Suprema Corte de Justicia de la Nación* (da qui in avanti "Corte" o "Corte Suprema") si è pronunciata sull'*Acción de Inconstitucionalidad* 148/2017³⁵. L'azione è stata promossa con riguardo alla criminalizzazione assoluta dell'aborto contenuta nel Codice Penale dello Stato di Coahuila de Zaragoza, di recente promulgazione³⁶. I giudici hanno accolto il ricorso, fondando la propria motivazione su numerosi parametri, primo fra tutti la dignità umana, «(specificamente nel suo aspetto femminile), in quanto questo è il fondamento, la condizione e la base del resto dei diritti umani riconosciuti costituzionalmente e convenzionalmente³⁷». Ad essa si aggiungono l'autonomia riproduttiva, la libertà di coscienza, il diritto alla vita privata, il diritto alla salute e il principio di eguaglianza, che sono concepite dai giudici costituzionali come prerogative imprescindibili per condurre una vita degna e per edificare un progetto di vita (par. 71).

In primis, la Corte afferma che la Costituzione messicana, dove sancisce di proteggere l'organizzazione e lo sviluppo della famiglia (art. 4 co 1 Cost.), tutela la libertà riproduttiva dei cittadini, riconoscendo a ciascuno il diritto tanto di avere figli quanto di non averne. Ne deriva quindi una libertà di scelta sul proprio corpo (*ex multis* par. 62), che si riflette nel diritto a che le istituzioni statali non interferiscano arbitrariamente con la vita privata e familiare del singolo. Tale diritto all'autonomia personale è violato dal divieto assoluto di interruzione di gravidanza,

³⁴ Asamblea Legislativa del Distrito Federal [nome con cui al tempo era identificata Città del Messico], IV Legislatura, Verbale della Sessione Ordinaria tenutasi Martedì 19 aprile 2007, <https://web.archive.org/web/20230308100012/https://aldf.gob.mx/archivo-758210fce6f5232bc6f-068dfc58dd9bb.pdf>.

³⁵ Suprema Corte de Justicia de la Nación, Acción de Inconstitucionalidad 148/2017, Set. 7, 2021, https://www.scjn.gob.mx/sites/default/files/proyectos_resolucion_scjn/documento/2021-08/AI%20148.2017.pdf. Si veda inoltre L. Greenhouse, R. Siegel, D. Salazar Marín, *Abortion* cit.

³⁶ Código Penal de Coahuila de Zaragoza Ley publicada en el Periódico Oficial, el viernes 27 de octubre de 2017 https://www.congresocoahuila.gob.mx/transparencia/03/Leyes_Coahuila/coa08_Nuevo_Codigo.pdf.

³⁷ Par. 58 «(specificamente en su vertiente femenina), al ser éste el fundamento, condición y base del resto de los derechos humanos reconocidos constitucional y convencionalmente».

dal momento che ciò «equivale a stabilire un obbligo per la donna che, una volta incinta, deve necessariamente sopportarlo e diventare madre»³⁸.

I giudici argomentano che la compressione del diritto di scelta in materia riproduttiva lede le prerogative costituzionali anche sotto il profilo della laicità dello stato messicano (artt. 24, 40 e 130 Cost.). Il ragionamento, benché possa apparire a primo impatto poco intelligibile, è in realtà coerente: innanzitutto, la Corte rinvia una connessione tra la secolarità istituzionale e la libertà di coscienza individuale, entrambe accomunate dalla valorizzazione del pluralismo ideologico. Il Messico, quindi, non si identifica in un determinato sistema etico-morale, quale quello offerto dalle confessioni religiose: la totale proibizione dell'IVG, al contrario, sembra fare riferimento a un sistema valoriale dogmatico di stampo religioso, che interferisce con la libertà di pensiero individuale, impedendo alle gestanti di compiere una scelta coerente con le proprie convinzioni (parr. 81 e 82).

L'intera analisi si connota per l'adozione di una prospettiva di genere inclusiva, che pone al centro dell'argomentazione le donne e, più in generale, le persone con capacità di gestazione³⁹. In quest'ottica, il divieto di interruzione di gravidanza costituisce una forma di discriminazione di genere, poiché impedisce l'eguale godimento dei diritti e delle libertà fondamentali, prima fra tutte, appunto, quella di decidere per sé. Secondo i giudici, peraltro, l'eguaglianza legale non può prescindere dall'eliminazione di quegli stereotipi che supportano l'esistenza di un supposto ordine biologico (par. 89): la criminalizzazione dell'aborto riflette e giuridicizza tali costrutti sociali, configurando le donne come meri strumenti di procreazione (par. 128); al contrario, la maternità non dovrebbe rappresentare un destino obbligato o una categoria ontologica, quanto piuttosto un'azione frutto di una decisione volontaria. La negazione del diritto di scelta, inoltre, ledendo la libertà riproduttiva e causando il perpetuarsi dei ruoli di genere, integrerebbe persino una forma di violenza di genere, in contrasto con le numerose norme internazionali (come la Convenzione di Istanbul⁴⁰ e la Convenzione inter-americana sulla prevenzione, punizione e sradicamento della violenza contro le donne⁴¹) ratificate dal Messico e parificate alla Costituzione.

³⁸ Par. 268, «[...] la prohibición de corte absoluto (respaldada por la sanción penal) equivale a establecer una obligación para la mujer que, una vez embarazada, necesariamente debe soportarlo y convertirse en madre».

³⁹ Par. 52 «derecho de la mujer a decidir (y cuya titularidad se extiende, por supuesto, a las personas con capacidad de gestar)».

⁴⁰ CEDAW, 1979, <https://www.giustizia.it/cmsresources/cms/documents/CEDAW.pdf>.

⁴¹ Belém do Pará Convention, 1994, <http://oas.org/juridico/english/treaties/a-61.html>.

La Corte chiarisce poi la necessità di un bilanciamento: il diritto di scelta sul corpo va soppesato con il valore intrinseco riconosciuto al feto: questi non è titolare di diritti, ma destinatario di uno scopo di protezione, che è vincolato all'aspettativa della nascita e che si intensifica proporzionalmente al progredire della gravidanza (par. 188-190). Si tratta del c.d. principio di protezione graduale e incrementale della vita prenatale, già sancito dalla Corte Interamericana dei Diritti Umani⁴², in linea con il quale la maggior parte degli Stati hanno legalizzato l'IVG nel primo trimestre.

Sulla base di queste osservazioni, la Corte Suprema all'unanimità dichiara incostituzionali le previsioni del codice penale di Coahuila che puniscono tanto le donne che abortiscono in un qualunque momento della gravidanza (*aborto autoprocurado*), quanto chi le assiste nell'interruzione di gravidanza (*aborto consentido*). Allo stesso modo, non è più criminalizzato il personale medico-sanitario che effettua la procedura di interruzione di gravidanza, fornisce le cure post-operatorie e l'assistenza, anche in forma di somministrazione di medicinali. Infine si afferma che, nei casi di stupro e inseminazione artificiale forzata, l'aborto è consentito senza limiti di tempo: la limitazione temporale mancherebbe di giustificazione e ragionevolezza, e, non tenendo conto della particolare vulnerabilità in cui si trova la persona che ha subito violenza, equivarrebbe ad una forma di vittimizzazione secondaria.

La notizia della depenalizzazione è stata celebrata con il lancio dell'*hashtag* #SeptiembreVerde sui social⁴³, ed è interessante notare come, all'indomani della decisione, il Presidente della Corte Suprema Arturo Zaldívar Lelo de Larrea abbia riconosciuto i meriti del movimento popolare nell'aver modificato la coscienza nazionale in tema di aborto: ha affermato, infatti, che «diventava sempre più difficile andare contro le loro [degli attivisti dell'Onda Verde] legittime richieste»⁴⁴.

4.2 LE TAPPE SUCCESSIVE: L'AMPARO EN REVISIÓN N. 267/2023

Quanto agli effetti della decisione, mentre in Coahuila l'interruzione di gravidanza nelle prime dodici settimane è stata dichiarata incostituzionale, nel resto del Paese la qualificazione dell'aborto come reato restava valida, salvo diversa disposizione

⁴² Caso Artavia Murillo y Otros ("Fecundación In Vitro") vs. Costa Rica.

⁴³ *La depenalizzazione dell'aborto in Messico ha una storia*, «Il Post», 7 settembre 2023 (<https://www.ilpost.it/2023/09/07/messico-depenalizzazione-aborto-america-latina/>).

⁴⁴ *How Mexico's Top Justice, Raised Catholic, Became an Abortion Rights Champion*, «New York Times», (<https://www.nytimes.com/2022/07/09/world/americas/mexico-abortion-chief-justice.html>).

dei codici penali nazionali⁴⁵. Alla data della pronuncia, solo Città del Messico (dal 2007) e gli Stati di Oaxaca (dal 2019) e Hidalgo (dal 2021) consentivano l'IVG nel primo trimestre di gestazione; la sentenza ha però determinato un effetto a cascata che, anche grazie alla mobilitazione popolare, ha portato in tempi brevi alla legalizzazione dell'aborto in diversi altri Stati⁴⁶. Nell'immediato, tuttavia, la Corte Suprema ha dovuto scongiurare il rischio di una reazione conservatrice in senso contrario: a pochi giorni di distanza dalla sentenza esaminata, la Corte si è pronunciata sull'emendamento che ha inserito nella Costituzione dello Stato di Sinaloa la protezione della vita umana sin dal concepimento. Tale previsione è ritenuta incostituzionale in quanto, impedendo in ogni circostanza l'interruzione della gravidanza, viola l'autonomia riproduttiva, il diritto alla salute e il diritto a condurre un'esistenza degna e a elaborare un progetto di vita. Inoltre, i giudici sottolineano che tanto la Corte Suprema quanto i congressi locali e federali non dispongono dell'autorità per definire quando la vita ha inizio, tenuto anche conto dell'assenza di un consenso scientifico sul punto.

Il passo logicamente successivo è stato la decriminalizzazione dell'aborto a livello federale: a distanza di alcuni anni dalle pronunce precedenti, la Corte Suprema ha avuto l'opportunità di intervenire nuovamente sul punto grazie a un ricorso promosso dal *Grupo de Información en Reproducción Elegida* (GIRE)⁴⁷, un'organizzazione femminista attiva nella tutela dei diritti riproduttivi. Il procedimento, culminato nell'*Amparo en Revisión* n. 267/2023⁴⁸, ha portato alla legalizzazione dell'IVG con la dichiarazione di illegittimità costituzionale delle disposizioni del Codice Penale federale relative all'aborto.

L'iter argomentativo della Corte nel caso in esame ricalca in gran parte quello seguito nella sentenza prima analizzata, ma si connota, da un lato, per la particolare attenzione al substrato socio-culturale patriarcale che plasma le norme in materia (parr. 139 ss.), e, dall'altro, per la peculiare sensibilità dimostrata nei confronti delle soggettività appartenenti a categorie vulnerabili. I giudici affermano che le donne

⁴⁵ GIRE, *Step by Step: Mexico's Supreme Court Rulings on Abortion* (<https://gire.org.mx/wp-content/uploads/2022/11/Step-by-step-.pdf>); L.B. Alfonzo, R. Mora Sierra, *Decriminalization of Abortion by the Mexican Supreme Court*, «International Journal of Gynecology and Obstetrics», 2024, 165(1): pp. 375-381.

⁴⁶ Veracruz (2021), Baja California (2021), Colima (2021), Sinaloa (2022), Guerrero (2022), Baja California Sur (2022), Quintana Roo (2022) e Aguascalientes (2023).

⁴⁷ GIRE (<https://gire.org.mx/?lang=en>).

⁴⁸ Corte Suprema messicana, *Amparo en Revisión* n. 267/2023 (https://www.scjn.gob.mx/sites/default/files/listas/documento_dos/2023-08/230830-AR-267-2023.pdf).

e le persone con capacità di gestazione che versano in condizioni di emarginazione sociale e di povertà sono più esposte ad andare incontro a gravidanze indesiderate, avendo più difficilmente accesso ad un'educazione sessuale adeguata; nel contempo, considerata la loro situazione di precarietà economica, potrebbero avere un interesse ancora maggiore ad abortire. Di conseguenza la criminalizzazione assoluta dell'aborto a livello federale è ritenuta incostituzionale anche perché non tiene conto della discriminazione plurima che determina nei confronti dei soggetti posti all'intersezione di più assi di oppressione (parr. 154 ss)⁴⁹: si tratta di un'ulteriore violazione del principio di eguaglianza, che si aggiunge così ai diversi parametri già messi in luce nella sentenza del 2017, e che è spia dell'innovativa lente intersezionale adottata dalla Corte.

Tra i punti di interesse della pronuncia si rinviene, inoltre, la considerazione che l'illegittimità del divieto di IVG è legata anche all'irragionevolezza e all'incongruenza del fine perseguito con il mezzo prescelto: i giudici evidenziano come la criminalizzazione non riduca, nei fatti, i casi di interruzione volontaria di gravidanza (par. 149); una simile strumentalizzazione del diritto penale, oltretutto, viola il canone che concepisce quest'ultimo come *extrema ratio*, e disconosce così la via dell'adozione di misure alternative, quali politiche a sostegno dell'educazione sesso-affettiva, della pianificazione familiare e della diffusione di anticoncezionali.

A conclusione della propria argomentazione, la Corte sancisce l'incostituzionalità dell'intero assetto normativo previsto dal Codice Penale Federale in punto di interruzione di gravidanza (par. 179): sono annullati il reato di aborto volontario autoprocurato (art. 332), in cui la gestante si procura un'interruzione di gravidanza o permette che un altro soggetto gliela pratichi, e quello di aborto consentito (art. 330), che prevede la condanna di chi aiuta una donna ad abortire. Coerentemente, è dichiarato incostituzionale anche il reato compiuto dal personale medico-sanitario che effettua e assiste alla procedura di interruzione di gravidanza (art. 331). Al contrario deve considerarsi lecita e rappresentativa di un corretto bilanciamento tra i valori in gioco l'IVG nelle prime dodici settimane di gestazione (parr. 151, 152), e il Congresso dell'Unione – l'organo legislativo federale messicano – ha il compito di emendare di conseguenza il codice penale⁵⁰.

⁴⁹ Sul punto cfr. A. Riccioli, *Verso il riconoscimento dei diritti riproduttivi in America Latina: la prospettiva de género della Corte Suprema messicana attraverso la depenalizzazione dell'aborto a livello federale (amparo en revisión n. 267/2023)*, «Diritti Comparati», 25 ottobre 2023.

⁵⁰ L'incarico al Parlamento era di modificare le previsioni codicistiche entro la fine del 2023: ad oggi, il codice penale non è ancora stato emendato; tuttavia, quanto statuito dalla Corte Suprema

Anche se la pronuncia non determina di per sè e in modo immediato la depenalizzazione dell'aborto negli Stati messicani che ancora lo qualificano come reato (e che, infatti, sono tenuti a intervenire sui propri codici) tutte le autorità giurisdizionali e amministrative federali hanno il dovere di disapplicare le previsioni dichiarate costituzionali (par. 230), anche retroattivamente, trattandosi di norme penali⁵¹. All'atto pratico, pertanto, la sentenza obbliga tutte le strutture sanitarie di livello federale – tra cui rientrano l'*Instituto Mexicano del Seguro Social* (IMSS) e l'*Instituto de Seguridad y Servicios Sociales de los Trabajadores del Estado* (ISSSTE) a cui si stima che si rivolga il 70% della popolazione⁵² – a garantire nell'immediato la procedura di IVG⁵³.

In seguito alla pronuncia della Corte, l'onda verde messicana non sembra prosima ad arrestarsi: con le legalizzazioni avvenute nel corso del 2024 negli stati di Jalisco⁵⁴, per via giudiziaria, e di Puebla⁵⁵, per via legislativa, sale a quattordici il numero di entità federative che hanno depenalizzato l'aborto entro il primo trimestre di gestazione anche ai sensi dei codici penali nazionali.

5. CONSIDERAZIONI CONCLUSIVE

Le conquiste recenti che si è cercato di illustrare mettono in crisi la narrazione dominante che vede nell'America Latina una regione socialmente arretrata e conservatrice sulle questioni di genere e di giustizia riproduttiva⁵⁶. Per comprendere appieno la portata di una simile evoluzione è significativo ricordare che, in contemporanea alle vittorie latinoamericane, pronunce di segno diametralmente opposto a quelle analiz-

è comunque valido e va applicato per quanto possibile, anche in assenza di una disciplina legislativa sul punto.

⁵¹ Per una disamina completa degli effetti della pronuncia si veda L.B. Alfonzo, R. Mora Sierra, *Decriminalization* cit.

⁵² Population Council, *A Turning Point in Mexican Law: Insights into the Supreme Court Orders to Decriminalize Abortion at the Federal Level* (<https://popcouncil.org/insight/a-turning-point-in-mexican-law-insights-into-the-supreme-court-orders-to-decriminalize-abortion-at-the-federal-level/>).

⁵³ A. Riccioli, *Verso il riconoscimento* cit.; *La Corte suprema del Messico ha decriminalizzato l'aborto in tutto il paese*, «Il Post», 6 settembre 2023 (<https://www.ilpost.it/2023/09/06/aborto-messico/>).

⁵⁴ A. Santos Cid, *Un tribunal ordena despenalizar el aborto en Jalisco*, «El Pais», 26 aprile 2024 (<https://elpais.com/mexico/2024-04-26/un-tribunal-ordena-despenalizar-el-aborto-en-jalisco.html>).

⁵⁵ A. Cegna, *Puebla è il 14esimo stato a depenalizzare l'aborto*, «Il Manifesto», 21 luglio 2024 (<https://ilmanifesto.it/puebla-e-il-14esimo-stato-a-depenalizzare-laborto#>).

⁵⁶ C. Roth, *Abortion Access in the Americas: A Hemispheric and Historical Approach*, «Front Public Health», 2023 (<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/38125840/>).

zate hanno fatto scalpore sul panorama internazionale. Il riferimento è alla decisione con cui il Tribunale Costituzionale polacco ha dichiarato incostituzionale l'aborto in caso di malattia incurabile o malformazione del feto⁵⁷, e alla sentenza *Dobbs v. Jackson Women's Health Organization*⁵⁸, con cui la Corte Suprema degli Stati Uniti ha fatto marcia indietro sull'interruzione volontaria di gravidanza, sancendo che l'aborto non è un diritto garantito dalla Costituzione e rimettendo ai singoli Stati la competenza in merito. Il rovesciamento del precedente (*overruling*) statunitense, in particolare, potrebbe avere l'effetto di invertire le linee di accompagnamento all'aborto⁵⁹: diviene sempre più concreta, infatti, l'ipotesi che si venga a creare un nuovo *border crossing*⁶⁰, che porti le donne residenti in Texas e negli altri Stati al confine a spostarsi in Messico per sottoporsi ad un'interruzione di gravidanza legale e sicura.

In conclusione, le nuove forme di mobilitazione popolare sperimentate in America Latina, così come le acute argomentazioni offerte dalle corti, sono il segnale di un cambiamento importante delle coscienze nazionali in tema di aborto. Il progresso, ad ogni modo, non è uniforme, e la speranza è che la *Marea Verde* non si fermi finché il percorso verso l'affermazione dei diritti riproduttivi non potrà dirsi completo.

BIBLIOGRAFIA

- L.B. Alfonzo, R. Mora Sierra, *Decriminalization of Abortion by the Mexican Supreme Court*, «International Journal of Gynecology and Obstetrics», 2024, 165(1): pp. 375-381.
- A. Brigo, M. Souza, *Legalizzazione e Depenalizzazione Sociale dell'Aborto in America Latina: Un'Analisi Comparata tra Brasile e Argentina*, «Nomos. Le Attualità del diritto», 2022, 2.
- M. Daby, M.W. Moseley, *Feminist Mobilization and the Abortion Debate in Latin America: Lessons from Argentina*, «Politics & Gender», 2022, 18(2): pp. 359-393.
- O.G. Encarnación, *Latin America's Abortion Rights Breakthrough*, «Journal of Democracy», 2022, 33(4): pp. 89-103.

⁵⁷ Trybunał Konstytucyjny Sprawa K 1/20 [Tribunale Costituzionale, Decisione K 1/20], 22 ottobre 2020 (<https://ipo.trybunal.gov.pl/ipo/view/sprawa.xhtml?&pkaz=dokumenty&sygnatura=K%201/20>).

⁵⁸ Supreme Court of the United States, *Dobbs, State Health Officer of the Mississippi Department of Health et al. v. Jackson Women's Health Organisation et al.* (https://www.supremecourt.gov/opinions/21pdf/19-1392_6j37.pdf).

⁵⁹ O.G. Encarnación, *Gleaning Hope* cit.

⁶⁰ *A New Border Crossing: Americans Turn to Mexico for Abortions*, «The New York Times», 25 settembre 2023 (<https://www.nytimes.com/2023/09/25/world/americas/mexico-abortion-women-border.html>).

- N. Fixmer-Oraiz, L.M. Murillo, *The Term "Life" Should Return to Us: Learning from Latin America's Green Wave*, «Women Language», 2023, 46: pp. 275-284.
- V. Garibotto, *Uneven Reproductive Landscapes: The Abortion Documentary in Latin America*, «Latin American Research Review», 2023, 58(3): pp. 685-693.
- A.P. Gomez, *The current panorama of the legislation on the legal interruption of pregnancy in Mexico*, «Mexican Bioethics Review ICSA», 2024, 5(10): pp. 26-30.
- A.C. González-Vélez, I.C. Jaramillo-Sierra, *Abortion Reform in Colombia: From Total Prohibition to Decriminalization to Week Twenty-Four*, «South Atlantic Quarterly», 2024, 122(14).
- L. Greenhouse, R. Siegel, D. Salazar Marín, *Abortion: Rights in Motion*, «Yale Law School, Public Law Research Paper», 2022 (<https://ssrn.com/abstract=4284221>).
- M.A. Gutierrez, *Politics of Recognition: The National Campaign for the Right to Legal, Safe and Free Abortion in Argentina*, «South Atlantic Quarterly», 2023, 122(2): pp. 386-396.
- D. Mulinari, *In Green and White: Feminist Struggles for Abortion Rights in Argentina*, in R. Selberg, M. Kolankiewicz, D. Mulinari (eds), *Struggles for Reproductive Justice in the Era of Anti-Genderism and Religious Fundamentalism*, London, Palgrave Macmillan, 2023.
- P. Passaglia, *Da Tocqueville a Marshall, passando per Kelsen: il sincretismo del sistema messicano di giustizia costituzionale*, «DPCE Online», 2020, 44(3), <https://doi.org/10.57660/dpceonline.2020.1126>.
- M. Revilla Blanco, *Del ¡Ni una más! al #NiUnaMenos: Movimientos de Mujeres y Feminismos en América Latina*, «Política y Sociedad», 2019, 56(1): pp. 47-67.
- A. Riccioli, *Verso il riconoscimento dei diritti riproduttivi in America Latina: la prospettiva de género della Corte Suprema messicana attraverso la depenalizzazione dell'aborto a livello federale (amparo en revisión n. 267/2023)*, «Diritti Comparati», 25 ottobre 2023.
- G. Rolla, *La Costruzione del Juicio de Amparo Mexicano: Dalla Fase dell'Indipendenza alle Recenti Revisioni Costituzionali*, «DPCE Online», 2020, 44(3), <https://doi.org/10.57660/dpceonline.2020.1128>.
- L.J. Ross, *Reproductive Justice: An Introduction*, Berkeley: University of California Press, 2017.
- C. Roth, *Abortion Access in the Americas: A Hemispheric and Historical Approach*, «Front Public Health», 2023 (<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/38125840/>).
- A. Śledzinska-Simon, *Constitutional Framings of the Right to Abortion: A Global View*, «International Journal of Constitutional Law», 2023, 21(2): pp. 399-406.
- B. Sutton, E. Borland, *Queering Abortion Rights: Notes from Argentina, Health & Sexuality*, «Culture, Health & Sexuality», 2018, 20(12): pp. 1378-1393.
- L. Taylor, *How South America Became a Global Role Model for Abortion Rights*, «The BMJ», 2022, 378, doi: 10.1136/bmj.o1908.

- N.L. Vacarezza, *Abortion rights in Uruguay, Chile and Argentina: movements shaping legal and policy change*, «Southwestern Journal of International Law», 2023, 29(6): pp. 309-347.
- M. Venier, *Messico - Amparo en Revisión n. 267/2023: La Corte Suprema del Messico si muove verso la depenalizzazione dell'aborto a livello federale in virtù dei propri principi costituzionali*, «BioDiritto – Biolaw-pedia», 6 settembre 2023.

SITOGRAFIA

- A New Border Crossing: Americans Turn to Mexico for Abortions*, «The New York Times», 25 settembre 2023 (<https://www.nytimes.com/2023/09/25/world/americas/mexico-abortion-women-border.html>).
- Y. Balderas Ortiz, *Concetto e Natura giuridica dell'amparo in Messico*, «YULHMA», 17 maggio 2017 (<http://www.yulhmavirginiabalderasortiz.com/2017/05/17/concetto-e-natura-giuridica-dellamparo-in-messico-yulhma-v-balderas-ortiz/>).
- A. Beltran y Puga, *Access to Abortion at the Federal Level: Another Step Towards Reproductive Justice in Mexico*, «Oxford Human Rights Hub», 18 settembre 2023 (<https://ohrh.law.ox.ac.uk/access-to-abortion-at-the-federal-level-another-step-towards-reproductive-justice-in-mexico/>).
- A. Cegna, *Puebla è il 14esimo stato a depenalizzare l'aborto*, «Il Manifesto», 21 luglio 2024 (<https://ilmanifesto.it/puebla-e-il-14esimo-stato-a-depenalizzare-laborto#>).
- Che cosa si muove sull'aborto, in America Latina*, «Il Post», 6 febbraio 2021 (<https://www.ilpost.it/2021/02/06/aborto-argentina-america-latina/>).
- S. De Guio, *Un movimento femminista internazionale e trasversale per il diritto all'aborto e non solo: il modello dell'America Latina*, «Valigia Blu», 18 luglio 2022 (<https://www.valigiablu.it/aborto-america-latina/>).
- O.G. Encarnación, *Gleaning Hope From Latin America's Abortion Rights Revolution*, 2022 (<https://www.thenation.com/article/world/latin-america-abortion-rights/>).
- A. Gaiardoni, *Dal Brasile agli USA: il diritto all'aborto è sotto attacco*, «Il BO live», 26 giugno 2024 (<https://ilbolive.unipd.it/it/news/dal-brasile-usa-diritto-allaborto-sotto-attacco>).
- GIRE, *Step by Step: Mexico's Supreme Court Rulings on Abortion* (<https://gire.org.mx/wp-content/uploads/2022/11/Step-by-step-.pdf>).
- C. Graf, *Activists call for Fernández to keep campaign promise on abortion*, «Buenos Aires Times», 9 novembre 2019 (<https://www.batimes.com.ar/news/argentina/activists-call-for-fernandez-to-keep-campaign-promise-on-abortion.phtml>).
- How Mexico's Top Justice, Raised Catholic, Became an Abortion Rights Champion*, «The New York Times», 9 luglio 2022 (<https://www.nytimes.com/2022/07/09/world/americas/mexico-abortion-chief-justice.html>).
- La depenalizzazione dell'aborto in Messico ha una storia*, «Il Post», 7 settembre 2023 (<https://www.ilpost.it/2023/09/07/messico-depenalizzazione-abortiono-america-latina/>).

- Latin American feminists vow to protect abortion rights at home after shock US ruling*, «The Guardian», 5 maggio 2022 (<https://www.theguardian.com/global-development/2022/may/05/latin-america-abortion-rights-roe-v-wade>).
- P.J. McDonnell, K. Linthicum, *Across Latin America, abortion restrictions are being loosened*, «Los Angeles Times», 12 settembre 2021 (<https://www.latimes.com/world-nation/story/2021-09-12/across-latin-america-abortion-restrictions-are-being-loosened>).
- C. Peverieri, *La “marea verde” inonda il Messico: la Corte Suprema depenalizza l’aborto*, «Global Project», 9 settembre 2023 (<https://www.globalproject.info/it/mondi/la-marea-verde-inonda-il-messico-la-corte-suprema-depenalizza-laborto/24622>).
- R. Regules, C. Riva Palacio, *A Turning Point in Mexican Law: Insights into the Supreme Court Orders to Decriminalize Abortion at the Federal Level*, «Population Council», 19 marzo 2024 (<https://popcouncil.org/insight/a-turning-point-in-mexican-law-insights-into-the-supreme-court>).
- Un tribunal ordena despenalizar el aborto en Jalisco*, «El Pais», 26 aprile 2024 (<https://el-pais.com/mexico/2024-04-26/un-tribunal-ordena-despenalizar-el-aborto-en-jalisco.html>).

FRANCESCO CARENINI

I. INTRODUZIONE

L'astronomia, una delle discipline scientifiche più antiche, ha attraversato una trasformazione radicale nel corso dei secoli: nata dall'osservazione della luce visibile, con il passare del tempo, è arrivata a coprire l'intero spettro elettromagnetico, dai raggi gamma alle onde radio. In particolare, negli ultimi anni, l'attenzione si è orientata verso nuovi "messaggeri cosmici", ovvero particelle, come i neutrini, che offrono una prospettiva unica sull'Universo. Grazie al loro studio, siamo in grado di esplorare regioni dell'Universo inaccessibili alla radiazione elettromagnetica, fornendo informazioni fondamentali per la comprensione dei fenomeni fisici e astrofisici.

L'astronomia ha radici che risalgono ai tempi remoti, quando le prime civiltà osservavano il cielo per orientarsi nel tempo e nello spazio. I Babilonesi, gli Egizi e i Greci, tra gli altri, svilupparono sistemi di osservazione e calendari basati sulle stelle e sui movimenti planetari. Tuttavia, l'astronomia scientifica vera e propria nacque solo con la rivoluzione copernicana nel XVI secolo. Copernico propose che la Terra non fosse il centro dell'Universo ma che fosse il Sole a occupare questa posizione privilegiata, ponendo le basi per l'astronomia moderna.

Nel XVII secolo, le osservazioni telescopiche di Galileo Galilei segnarono un altro passo fondamentale. L'invenzione del telescopio permise di scoprire i dettagli dei corpi celesti: le lune di Giove, le fasi di Venere e la superficie lunare. Galileo, con le sue osservazioni, confermò l'inadeguatezza del modello tolemaico geocentrico, come già anticipato da Copernico e Keplero, e aprì la strada al modello eliocentrico, ponendo le fondamenta della meccanica celeste. Nel XIX secolo, l'astronomia entrò in una nuova era con la scoperta della natura della luce. James Clerk Maxwell unificò i fenomeni elettrici e magnetici in una teoria che descriveva la luce come un'onda elettromagnetica.

Nel frattempo, gli astronomi iniziarono a comprendere la composizione chimica delle stelle grazie alla spettroscopia, che consentiva di analizzare la luce emessa dagli astri. Questa comprensione portò a una rivoluzione nella nostra visione dell'Universo, rivelando che le stelle erano corpi lontani, ma simili al nostro Sole. Nel corso del XX secolo, l'astronomia fece un enorme balzo in avanti, non solo grazie alla costruzione di telescopi sempre più potenti, ma anche grazie all'espansione dell'osservazione oltre il visibile. L'invenzione del radiotelescopio da parte di Karl Jansky negli anni Trenta aprì una nuova finestra sull'Universo, rivelando che l'osservazione delle onde radio poteva fornire informazioni sui fenomeni celesti che non erano visibili alla luce ottica. Questo portò alla nascita dell'astronomia radio, che presto si affiancò alle osservazioni ottiche e anticipò i raggi X, le onde

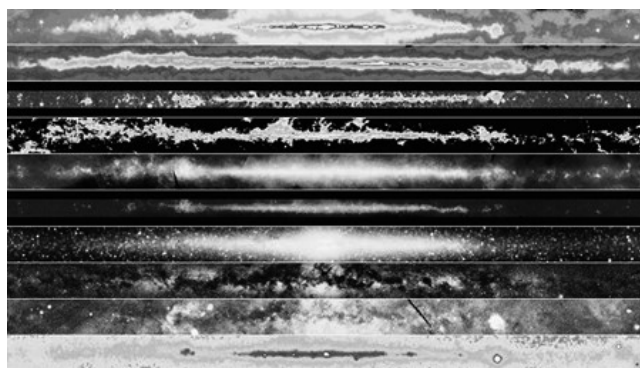


FIG. 1 La nostra Galassia, la Via Lattea, vista a diverse lunghezze d'onda: ciascuna mappa è stata costruita raccogliendo i risultati di osservazioni, condotte con diverse tecniche sperimentali. *Crediti: NASA (rielaborazione in b/n da parte dell'autore).*

infrarosse e le radiazioni gamma, estendendo le capacità di studio dell'Universo a tutto lo spettro elettromagnetico.

Le osservazioni a diverse lunghezze d'onda luminose hanno permesso agli astronomi di esplorare vari aspetti dei corpi celesti. Per esempio, la radiazione a raggi X ha permesso di studiare oggetti estremi come buchi neri e stelle di neutroni, mentre le onde radio hanno fornito una nuova comprensione delle galassie attive e dei nuclei galattici. Le osservazioni infrarosse, invece, sono state fondamentali per studiare le regioni di formazione stellare e gli oggetti celesti nascosti dietro polveri interstellari. Questi studi, detti, in inglese, a *multi-wavelengths*, hanno permesso di produrre alcune fra le immagini più belle che abbiamo della Via Lattea, come quella mostrata in Figura 1.

Il progresso delle tecniche osservative non si è fermato all'osservazione elettromagnetica. Negli ultimi decenni, i fisici hanno iniziato a concentrarsi su nuovi tipi di messaggeri che ci permettono di studiare l'Universo in modo completamente diverso: i neutrini e le onde gravitazionali. Queste ultime sono perturbazioni dello spazio-tempo causate da eventi cosmici estremi, come la fusione di buchi neri. Queste onde si propagano alla velocità della luce e la loro rivelazione è stata annunciata l'11 febbraio 2016 dalla Collaborazione LIGO/Virgo, che nel settembre 2015 aveva osservato onde gravitazionali causate dalla collisione di due buchi neri. I neutrini, invece, sono particelle subatomiche incredibilmente sfuggenti. Privi di carica elettrica e con una massa quasi trascurabile, interagiscono con la materia ordinaria in modo estremamente raro, tanto che centinaia di miliardi di neutrini attraversano il nostro corpo ogni secondo senza lasciare traccia. Tale caratteristica li rende difficili da rivelare, ma anche straordinariamente preziosi per lo studio dell'Universo. Grazie alla loro capacità di viaggiare indisturbati per distanze cosmiche, i neutrini possono portare informazioni dirette sulle sorgenti astrofisiche che li hanno prodotti.

L'astronomia dei neutrini ha preso forma concreta negli anni Sessanta, quando M.A. Markov propose di utilizzare la radiazione Cherenkov, indotta da particelle cariche secondarie, per rivelare i neutrini che interagiscono in profondità sotto l'acqua o il ghiaccio. Da allora, sono stati costruiti rivelatori sempre più sofisticati, culminando in progetti come il telescopio IceCube al Polo Sud e il telescopio KM3NeT, in costruzione nel Mar Mediterraneo. Il primo è un rivelatore di neutrini costruito nel ghiaccio antartico, che utilizza migliaia di sensori, disposti in un reticolo tridimensionale, per rivelare i neutrini che interagiscono con il ghiaccio. Il secondo è costituito da una rete di rivelatori subacquei situati nel Mar Mediterraneo ed è progettato per sfruttare l'interazione dei neutrini con l'acqua del mare. Tra le infrastrutture esistenti, vi è anche il telescopio Baikal-GVD (Gigaton Volume Detector), un rivelatore di neutrini situato nel Lago Baikal, in Russia. L'esperimento sfrutta l'acqua dolce del lago come mezzo per l'osservazione di queste particelle.

Se in passato la nostra conoscenza dell'Universo si limitava alla luce, oggi siamo in grado di esplorarlo attraverso una vasta gamma di messaggeri. Questo contributo si focalizzerà sul potenziale dell'astronomia dei neutrini, una disciplina che apre nuove frontiere nella comprensione del cosmo.

2. I NEUTRINI

Dear Radioactive Ladies and Gentlemen [...]

The continuous beta spectrum would then become understandable by the assumption that in beta decay a neutron is emitted in addition to the electron such that the sum of the energies of the neutron and the electron is constant [...]. Your humble servant,

W. Pauli.

Così, in un telegramma del 1930, il fisico austriaco Wolfgang Pauli postulava per la prima volta l'esistenza del neutrino, qui chiamato *neutron* e ribattezzato *neutrino* da Enrico Fermi successivamente. Pauli cercava di spiegare un'anomalia osservata nelle reazioni nucleari. Durante il decadimento radioattivo di alcuni nuclei, i fisici avevano notato che l'energia totale non si bilanciava correttamente. Pauli ipotizzò che un'altra particella, leggera, priva di carica, fosse coinvolta nel processo, ma che non fosse stata rivelata perché non interagiva con la materia. Questo misterioso oggetto venne chiamato "neutrino". Nel 1956, la teoria di Pauli venne confermata

sperimentalmente da Clyde Cowan e Frederick Reines, che riuscirono a rivelare i neutrini prodotti da un reattore nucleare. I neutrini interagivano con protoni presenti in un grande serbatoio d'acqua arricchita con cloruro di cadmio e inducevano un segnale luminoso visibile. La scoperta non fu una vera sorpresa: la teoria del decadimento beta di Fermi aveva avuto un tale successo che tutti credevano già nell'esistenza del neutrino. Reines e Cowan chiusero brillantemente un capitolo aperto della fisica delle particelle, 25 anni dopo l'idea originale di Pauli. Ricevettero per questo un telegramma da Wolfgang Pauli stesso, che si dimostrò modestamente poco sorpreso. Reines vinse così il Premio Nobel per la Fisica nel 1995, tuttavia il premio non poté essere condiviso con Cowan, poiché era già deceduto.

Oggi sappiamo che i neutrini sono particelle subatomiche e unità fondamentali del nostro Universo. Insieme a loro, esistono molte altre particelle elementari, costituenti della materia che ci circonda e delle forze che la regolano. Le particelle ad oggi note includono:

- *Quark*: i quark sono le particelle elementari che costituiscono i protoni e i neutroni all'interno degli atomi, ma anche uno zoo di altre particelle meno note. Non sono osservabili isolati. Esistono sei tipi di quark, detti: *up*, *down*, *charm*, *strange*, *top* e *bottom*. Essi interagiscono tra loro essenzialmente tramite la forza nucleare forte.
- *Leptoni*: i leptoni sono immuni alla forza forte. Esistono leptoni carichi, come gli elettroni, che orbitano attorno ai nuclei atomici, o muoni e tauoni, che sono versioni più pesanti e instabili degli elettroni. I neutrini appartengono al gruppo dei leptoni, ma sono privi di carica elettrica.
- *Bosoni*: i bosoni sono particelle che mediano le forze fondamentali a livello quantistico. Il fotone, il quanto che costituisce la luce, è il bosone che media la forza elettromagnetica, il gluone media la forza forte, e i bosoni W e Z sono responsabili della forza debole. Il bosone di Higgs conferisce massa ai quark, ai leptoni e ai bosoni W e Z. Nel 2012, la sua scoperta ha rappresentato una pietra miliare nella fisica delle particelle.

Queste particelle, insieme ai neutrini, formano l'insieme di ciò che descrive l'interazione e la struttura dell'Universo su scala microscopica, dando vita a fenomeni che determinano tutto ciò che vediamo e comprendiamo nel nostro mondo.

2.1 CARATTERISTICHE DEI NEUTRINI

Come accennato, i neutrini appartengono alla famiglia delle particelle chiamate *leptoniche*. Si caratterizzano per la loro massa piccolissima (che non si è ancora

riusciti a misurare) e per la loro interazione debole con la materia. Questa caratteristica consente loro di attraversarla quasi indisturbati, anche su enormi distanze, rendendoli di fatto quasi “invisibili”. I neutrini giocano un ruolo fondamentale in molti processi naturali, come la fusione nucleare che avviene nel cuore delle stelle, compreso il nostro Sole: si stima infatti che, attraverso una superficie delle dimensioni all’incirca del polpastrello del nostro pollice, passino 60 miliardi di neutrini per secondo originati nel Sole. L’esperimento Super-Kamiokande, situato in Giappone, è riuscito ad ottenere un’immagine del Sole osservato in neutrini anziché attraverso la luce. Utilizzando 50.000 tonnellate di acqua, situate a 1 km sotto la superficie terrestre, l’esperimento rivela eventi in cui un neutrino interagisce con un elettrone nell’acqua, portando quest’ultimo a muoversi ad una velocità superiore a quella della luce nell’acqua. Questo provoca l’emissione di luce, conosciuta come radiazione Cherenkov, che verrà discussa successivamente. Gli impulsi luminosi risultanti vengono rivelati da migliaia di sensori disposti sui bordi della vasca.

Un altro aspetto affascinante dei neutrini è che esistono in tre “sapori” o tipi: il *neutrino elettronico* (ν_e), il *neutrino muonico* (ν_μ) e il *neutrino tauonico* (ν_τ), ciascuno legato a una diversa particella della stessa famiglia, rispettivamente l’elettrone, il muone e il tauone. Questi sapori sono una proprietà fondamentale che distingue i neutrini e influenza il modo in cui partecipano alle interazioni deboli. I neutrini possono cambiare sapore durante il loro moto, un fenomeno noto come *oscillazione dei neutrini*. Il passaggio da un sapore all’altro implica che i neutrini esistono in stati quantistici che sono combinazioni dei tre sapori. Questo fenomeno è strettamente legato alla natura quantistica delle particelle e alle differenze di massa tra i diversi tipi di neutrini. Per esempio, un neutrino prodotto come elettronico nel nucleo del Sole potrebbe cambiare sapore nel suo viaggio verso la Terra. Questa caratteristica rende lo studio dei neutrini particolarmente impegnativo, ma permette di esplorare le implicazioni di queste oscillazioni per la fisica fondamentale e l’astrofisica. Infine, poiché ogni particella possiede una corrispondente antiparticella¹, così per ogni neutrino esiste il corrispondente antineutrino: in tutto abbiamo quindi sei tipi di neutrini.

¹ Le particelle di antimateria, chiamate antiparticelle, hanno la stessa massa delle particelle corrispondenti, ma si distinguono per alcune proprietà opposte. Il positrone, ad esempio, è l’antiparticella dell’elettrone, con carica elettrica opposta e massa esattamente uguale.

3. SORGENTI DI NEUTRINI

I neutrini sono particelle fondamentali generate da una vasta gamma di sorgenti naturali e artificiali, alcune sperimentalmente confermate, altre tuttora oggetto di indagine. Tra le principali si annoverano il Big Bang, il Sole, la Terra, l'atmosfera, e anche fonti di produzione umana.

3.1 BIG BANG

Si ritiene che pochi istanti dopo la nascita dell'Universo (Big Bang) sia stato prodotto un enorme numero di neutrini. Sebbene tali neutrini siano estremamente difficili da rivelare, essi costituirebbero un'importante prova della teoria del Big Bang e delle condizioni primordiali dell'Universo. Oggi, questi neutrini esisterebbero ancora come una forma di radiazione residua, ma sono stati raffreddati ad energie molto basse a causa dell'espansione dell'Universo, cosa che li rende ancora meno interagenti con la materia.

3.2 SOLE

Il Sole è una fonte primaria di neutrini, che vengono prodotti nei suoi strati più interni attraverso il processo di fusione nucleare. In particolare, la fusione dell'idrogeno in elio genera neutrini come prodotti secondari. Questi neutrini sono di bassa energia, ma, data la loro abbondanza, trasportano molta dell'energia prodotta dalla fusione e il loro flusso è misurabile sulla Terra. La rivelazione dei neutrini solari è cruciale per testare i modelli teorici della fusione nucleare nel cuore delle stelle e per comprendere meglio i processi fisici che avvengono all'interno del nostro Sole. Esperimenti come il rivelatore canadese Sudbury Neutrino Observatory hanno aiutato a risolvere il problema del "deficit di neutrini solari", confermando che i neutrini cambiano tipo (oscillano) durante il loro viaggio fino alla Terra.

3.3 ATMOSFERA

I neutrini atmosferici sono generati quando i raggi cosmici interagiscono con le particelle dell'atmosfera terrestre. Questi raggi cosmici sono particelle ad alta energia, che provengono dallo spazio esterno, e sono costituiti principalmente da protoni e nuclei di elio. Colpiscono molecole di azoto e ossigeno nell'atmosfera, generando una cascata di particelle secondarie, tra cui neutrini. Questi neutrini sono di energia relativamente alta e vengono rivelati da esperimenti proprio come IceCube,

KM3NeT e Baikal-GVD. I neutrini atmosferici vengono studiati in esperimenti terrestri e ci forniscono informazioni sulle interazioni di alta energia tra i raggi cosmici e l'atmosfera.

3.4 TERRA

I neutrini terrestri sono generati principalmente in due modi: la radioattività naturale nella crosta terrestre e le reazioni nucleari che avvengono all'interno del nucleo della Terra. Le reazioni di decadimento di isotopi radioattivi come il potassio-40, il torio e l'uranio producono neutrini che si diffondono attraverso la Terra. I neutrini terrestri sono estremamente meno energetici rispetto a quelli prodotti da altre sorgenti e il loro studio permette di esplorare la struttura interna della Terra e testare la fisica delle particelle a bassa energia.

3.5 SORGENTI ARTIFICIALI

I neutrini artificiali sono prodotti principalmente in reattori nucleari e acceleratori di particelle. Nei reattori nucleari, i neutrini vengono generati come prodotti secondari delle reazioni di fissione che avvengono quando gli atomi di uranio o plutonio si fissionano per liberare energia. Questi neutrini, noti come neutrini da fissione, sono di bassa energia e sono utilizzati per studi di fisica delle particelle, nonché per monitorare l'attività dei reattori nucleari. Negli acceleratori, invece, è possibile produrre neutrini a più alta energia tramite l'urto di protoni accelerati contro bersagli di materia o mediante collisioni protone-protone: si riescono così a generare particelle che decadendo originano neutrini di diversi sapori.

4. I NEUTRINI COME MESSAGGERI COSMICI

I neutrini sono prodotti in una vasta gamma di fenomeni astrofisici, spesso associati a condizioni di densità, temperature ed energie estreme. Tra le principali sorgenti di neutrini, confermate o ipotizzate, vi sono:

- *Supernovae*: le supernovae sono esplosioni stellari che segnano la fine della vita di stelle massicce. Questi eventi rilasciano enormi quantità di energia, il 99% della quale viene emessa sotto forma di neutrini. Questi neutrini portano con sé informazioni cruciali sui processi fisici che avvengono all'interno della stella durante la sua morte. La produzione di neutrini in una supernova è così intensa che anche una piccola frazione di essi può viaggiare attraverso



FIG. 2 Il resto della supernova 1987A. La caratteristica più evidente dell'immagine sono le decine di punti luminosi che la circondano. Un'onda d'urto di materiale scatenata dall'esplosione stellare colpisce le regioni interne dell'anello, riscaldandole e facendole brillare. *Crediti: NASA (rielaborazione in b/n da parte dell'autore).*

l'Universo, senza interagire con la materia circostante, arrivando fino a noi. Tuttavia, il loro flusso, che matematicamente scala con l'inverso del quadrato della distanza dalla sorgente, è così piccolo che non li vediamo. Solo le supernovae nella nostra Galassia (o nelle piccole galassie satelliti come la Large Magellanic Cloud) possono essere viste. La supernova SN 1987A, osservata nel 1987, è stata l'unica supernova a rivelare neutrini e ha segnato un punto di svolta nell'astronomia dei neutrini. Lo studio dei neutrini di questa supernova ha fornito nuove informazioni sulle reazioni nucleari che avvengono nel cuore di una stella morente e sul suo meccanismo di esplosione.

- *Nuclei Galattici Attivi*: i nuclei galattici attivi, o *Active Galactic Nuclei* (AGN) in inglese, sono galassie che ospitano buchi neri supermassicci al loro centro. Questi buchi neri, attraverso l'accrescimento di materia che va ad accumularsi attorno, emettono potenti getti di radiazione e particelle, tra cui potrebbero esserci neutrini. Gli AGN sono tra le fonti più promettenti di neutrini di alta energia, poiché i processi fisici che avvengono vicino ai buchi neri producono particelle accelerate a velocità estremamente elevate. La rivelazione di neutrini provenienti da AGN potrebbe non solo confermare la presenza di questi oggetti misteriosi, ma anche fornirci informazioni sui meccanismi di accelerazione delle particelle nelle regioni più estreme dell'Universo.
- *Lampi gamma*: i lampi gamma, o *Gamma-Ray Bursts* (GRB) in inglese, sono esplosioni estremamente energetiche che si ritiene siano associate alla formazione di buchi neri o stelle di neutroni. Questi eventi rilasciano un'enorme quantità di energia in un tempo brevissimo. I GRB sono tra gli eventi più energetici osservabili, e studiando eventuali neutrini associati a questi lampi, i fisi-

ci delle astroparticelle sperano di comprendere meglio la fisica dei buchi neri, delle stelle di neutroni e dei meccanismi che causano questi fenomeni estremi. L'osservazione simultanea di neutrini e radiazione elettromagnetica durante un GRB è uno dei principali settori di ricerca in ambito astroparticellare.

In questo contesto, i neutrini sono particolarmente preziosi per l'astronomia a multimessaggeri, che combina informazioni da diverse forme di radiazione e particelle per costruire un quadro più completo dei fenomeni cosmici. Mentre un fotone può essere assorbito dalla polvere interstellare o dalle atmosfere dense di oggetti cosmici, i neutrini possono passare senza ostacoli, offrendo una "finestra" unica sull'Universo.

5. PRINCIPI DI FUNZIONAMENTO DEI RIVELATORI DI NEUTRINI

La rivelazione dei neutrini si basa sulla loro rara interazione con la materia. Quando un neutrino ad alta energia collide con un nucleo atomico produce particelle cariche che viaggiano attraverso il mezzo circostante. Queste particelle si muovono a velocità superiore a quella della luce nel mezzo, inducendo l'emissione di luce nel mezzo attraversato, nota come radiazione Cherenkov.

La radiazione Cherenkov si manifesta come un debole bagliore nella banda ultravioletta e in quella del blu, visibile per sensori altamente sensibili situati in un materiale dielettrico trasparente. La velocità della luce nel vuoto è, per definizione, la massima velocità possibile, ma la velocità della luce in un dato mezzo (come l'acqua o il ghiaccio) è inferiore a quella nel vuoto. Quando una particella carica si muove più velocemente della luce nel mezzo, il materiale si polarizza e depolarizza al passaggio della particella. Questo induce l'emissione di luce Cherenkov, che viene utilizzata dai rivelatori per identificare e caratterizzare l'interazione dei neutrini. Se, ad esempio, un neutrino muonico interagisce con il materiale attorno ad un rivelatore, può produrre una particella carica, chiamata muone, che induce radiazione Cherenkov. Una volta rivelata dai sensori, può essere utilizzata per determinare la direzione e l'energia del neutrino originale.

5.1 STRUTTURA DEI TELESCOPI DI NEUTRINI

La rivelazione dei neutrini richiede un'infrastruttura altamente sensibile e in grado di monitorare grandi volumi di materia in cui si potrebbero verificare queste interazioni. In particolare, telescopi come quelli costruiti dalla Collaborazione KM-3NeT utilizzano l'effetto Cherenkov indotto nelle acque marine per monitorare

il cielo alla ricerca di neutrini provenienti da eventi cosmici. I rivelatori subacquei sono dotati di migliaia di tubi fotomoltiplicatori (PMT) che convertono i fotoni che collidono con la loro superficie in segnali elettrici, a loro volta misurabili con opportuni apparati elettronici. La registrazione dei segnali Cherenkov permette di ricostruire il percorso del neutrino, la sua energia e il suo *sapore*, fornendo così preziose informazioni sull'origine astrofisica del segnale.

I PMT, sensibili anche a singoli fotoni, sono alloggiati all'interno di appositi moduli ottici progettati per operare in ambienti estremi. Questi moduli vengono distribuiti su vasta scala all'interno di grandi volumi d'acqua o di ghiaccio, creando una rete tridimensionale di sensori capace di rilevare e tracciare il passaggio delle particelle attraverso il mezzo circostante. La loro disposizione geometrica permette di raccogliere informazioni cruciali per la ricostruzione dell'interazione del neutrino. Ogni modulo è connesso tramite cavi a una stazione di elaborazione dati. Quando un neutrino interagisce e produce una particella carica, questa induce luce Cherenkov. I PMT nei moduli ottici acquisiscono il segnale luminoso e lo trasmettono in tempo reale alla stazione di elaborazione. Il sistema di elaborazione riceve i segnali da decine, centinaia o addirittura migliaia di moduli disposti nello spazio, e li analizza per identificare il segnale associato all'interazione di un neutrino.

Un aspetto fondamentale della progettazione di questi telescopi è la capacità di determinare la provenienza della radiazione Cherenkov. La disposizione tridimensionale dei moduli ottici consente infatti di calcolare la direzione dalla quale proviene la luce Cherenkov, identificando così la direzione in cui è arrivato il neutrino. Questo processo avviene grazie alla misura precisa dei tempi di arrivo della luce sui vari sensori e alla conoscenza della posizione dei moduli. Poiché i neutrini provengono da sorgenti lontane, essere in grado di determinare la direzione del neutrino potrebbe permettere ai fisici delle astroparticelle di collegare eventi di alta energia con la loro origine cosmica. In aggiunta, la distribuzione tridimensionale dei moduli consente di determinare l'energia della particella carica che ha indotto la radiazione Cherenkov: analizzando la quantità di luce raccolta lungo i moduli, è possibile ottenere una stima dell'energia depositata nell'interazione.

6. ICECUBE: IL TELESCOPIO DI NEUTRINI AL POLO SUD

Questo gigantesco telescopio per neutrini, posto a circa due chilometri e mezzo di profondità nel ghiaccio antartico, dispone ora della sua intera rete composta da 86 stringhe verticali che ospitano oltre 5.000 PMT progettati per individuare i segnali

dei neutrini che attraversano il ghiaccio del Polo Sud. Costruito a partire dal 2004, IceCube ingloba un chilometro cubico di ghiaccio limpido, iniziando a circa un chilometro e mezzo sotto la superficie ed estendendosi per un altro chilometro in profondità. Le sue enormi dimensioni sono necessarie proprio perché le interazioni tra i neutrini e la materia sono eventi estremamente rari: tra i miliardi di neutrini che attraversano costantemente il ghiaccio, IceCube ne osserva solo poche centinaia al giorno. I dati raccolti da IceCube hanno permesso, per la prima volta, la rivelazione di neutrini ad alta energia provenienti da sorgenti cosmiche. Nel 2013, la Collaborazione ha annunciato la prima scoperta di neutrini di origine astrofisica, inaugurando una nuova era per questa disciplina. Un ulteriore successo è arrivato nel 2017 con la registrazione di un neutrino proveniente dal blazar TXS 0506+056, la prima volta che un neutrino di alta energia è stato associato a una sorgente astrofisica ben identificata. I blazar, AGN in cui il buco nero supermassiccio al centro della galassia emette un fascio di particelle allineato lungo la direzione che punta verso la Terra, potrebbero essere tra le principali fonti di neutrini cosmici, offrendo nuove informazioni sui meccanismi di accelerazione delle particelle vicino ai buchi neri. Più recentemente, nel 2022, dopo aver accumulato un decennio di dati, IceCube ha annunciato l'identificazione di un'altra probabile sorgente cosmica di neutrini ad alta energia: la galassia attiva NGC 1068.

Negli anni, IceCube ha registrato un numero straordinariamente elevato di neutrini, accumulando circa 700.000 neutrini con energie tra i 100 gigaelettronvolt² (GeV) e il petaelectronvolt (PeV) e 200.000 tra 10 GeV e 100 GeV. Questi dati permettono studi avanzati sulle proprietà dei neutrini, come le oscillazioni in atmosfera. DeepCore, un sotto-rivelatore di IceCube, è utilizzato per studi su neutrini nell'intervallo di 10-100 GeV, con sensibilità unica per la misurazione delle oscillazioni e l'apparizione di neutrini dal sapore tauonico. Inoltre, il telescopio è coinvolto in ricerche sulla materia oscura, cercando segnali di annichilazione della materia oscura e interazioni tra neutrini e materia oscura. Infine, in ambito glaciologico, IceCube ha effettuato misurazioni fondamentali sulla propagazione della luce nel ghiaccio antartico, utilizzando tecnologie avanzate, per analizzare la stratigrafia e costruire un resoconto climatico dettagliato.

L'infrastruttura di ricerca è in espansione. IceCube-Gen2, la proposta di aggiornamento di IceCube approvata dal Department of Energy (DoE) degli USA, mira

² In fisica delle particelle le energie si misurano in elettronvolt (eV) o multipli come i GeV (10^9 eV) e i PeV (10^{15} eV).

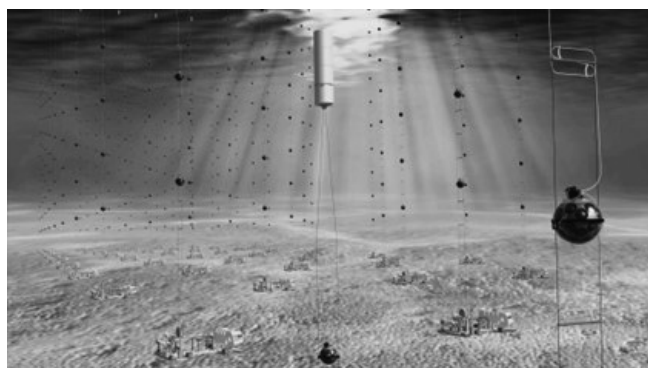


FIG. 3 Visualizzazione artistica di KM3NeT. L'illustrazione non è in scala. *Crediti: KM3NeT (rielaborazione in b/n da parte dell'autore).*

a migliorare la sensibilità dell'osservatorio attraverso l'installazione di nuovi sensori e l'espansione della rete di rivelatori sotto il ghiaccio. Il volume del rivelatore sarà aumentato a otto chilometri cubici, incrementando il tasso di rivelazione dei neutrini cosmici di dieci volte. La nuova infrastruttura includerà sensori ottici avanzati, rivelatori radio sulla superficie del ghiaccio per migliorare la sensibilità alle energie più alte e una griglia di rivelatori per distinguere i neutrini cosmici da quelli atmosferici. L'adozione sempre più diffusa dell'intelligenza artificiale consentirà un'analisi più veloce dei dati e un filtraggio rapido ed efficiente di eventi interessanti nascosti nei dati.

7. L'INFRASTRUTTURA DI RICERCA KM3NeT

Dopo l'avventura scientifica e tecnologica di ANTARES, il primo telescopio sottomarino per neutrini mai realizzato al mondo, la ricerca sui neutrini prosegue con KM3NeT (Kilometer Cubic Neutrino Telescope). Situato a 2.500 metri di profondità, 40 km al largo di Tolone, in Francia, ANTARES ha ottenuto risultati di grande rilievo, confermando la validità delle soluzioni tecnologiche adottate e condizionando l'interpretazione di alcuni risultati di IceCube. La sua eredità è passata ora a KM3NeT, una delle iniziative internazionali più ambiziose nel campo dell'astronomia dei neutrini, progettata per studiare i neutrini ad alta energia nei fondali marini. La Collaborazione KM3NeT coinvolge 5 continenti, 23 paesi e oltre 60 istituti di ricerca, con l'obiettivo di installare una vasta rete di rivelatori subacquei nel Mar Mediterraneo. I rivelatori sono distribuiti su due siti principali: KM3NeT/ARCA, al largo della Sicilia, dedicato alla ricerca di neutrini cosmici di alta energia, e KM3NeT/ORCA, situato a sud della Francia, focalizzato sullo studio delle oscillazioni dei neutrini.



FIG. 4 Fotografia di un modulo ottico di KM3NeT. 31 diversi PMT, dedicati all'osservazione dei fotoni, coprono ogni angolazione. *Crediti: KM3NeT (rielaborazione in b/n da parte dell'autore).*

7.1 I RIVELATORI

I rivelatori KM3NeT sono griglie tridimensionali di moduli ottici distribuiti su ampi volumi di acqua trasparente nelle profondità del Mar Mediterraneo. La costruzione di un telescopio di neutrini come KM3NeT richiede un'infrastruttura subacquea composta da moduli ottici, detti digitali (DOM). Ogni DOM, rappresentato in Figura 4, è una sfera di vetro, resistente alla pressione esercitata dalla colonna d'acqua nelle profondità marine, contenente 31 tubi fotomoltiplicatori per rivelare la luce Cherenkov generata a seguito delle interazioni dei neutrini con i protoni e neutroni dei nuclei del mezzo circostante.

I 31 PMT di ogni DOM sono disposti su cinque anelli a diverse inclinazioni rispetto alla verticale: 56° , 72° , 107° , 123° e 148° , rispettivamente. Sei PMT sono distribuiti lungo questi anelli, mentre uno si trova proprio sulla sommità. La semi-sfera inferiore del DOM contiene 19 PMT, mentre quella superiore ne ospita 12. Tale configurazione è detta *a multi-PMT* ed è stata progettata per la prima volta dalla Collaborazione KM3NeT.

L'idea alla base è quella di suddividere meglio l'area di rivelazione, in modo da riconoscere più facilmente se un segnale è stato causato da un singolo fotone o da più fotoni insieme, migliorando così la precisione delle misurazioni. Inoltre, la presenza di più PMT orientati in direzioni diverse consente di ottenere informazioni geometriche sulla direzione di provenienza della luce, permettendo così un'osservazione quasi omnidirezionale. Ogni DOM è inoltre equipaggiato con sensori ausiliari, come bussole, accelerometri e sensori piezoacustici, che servono a calibrare i segnali e a determinare con precisione la posizione tridimensionale del modulo. Questa funzione è fondamentale per compensare eventuali spostamen-



FIG. 5 DUs, avvolte nei rispettivi LOM, pronte per essere poste sul fondale marino durante una campagna marina. *Crediti: KM3NeT (rielaborazione in b/n da parte dell'autore).*

ti causati dalle correnti marine. I moduli ottici sono disposti in strutture verticali chiamate Detection Units (DUs), composte da 18 DOM collegati tra loro tramite cavi elettro-ottici e corde di Dyneema, un materiale al tempo stesso leggero e resistente. Ogni DU è ancorata al fondale marino e dotata di galleggianti nella parte superiore, per ridurre gli effetti delle correnti e mantenere stabile la configurazione.

7.2 LA RETE SOTTOMARINA: STRUTTURA E INSTALLAZIONE

La rete sottomarina di KM3NeT è un sofisticato sistema composto da cavi elettro-ottici e componenti in fibra ottica, progettato per mettere in comunicazione i sensori installati nelle profondità marine con le stazioni di controllo a terra. Questo sistema consente di trasmettere sia l'alimentazione elettrica sia i comandi operativi dalla stazione di terra alle DUs ancorate sul fondale, mentre i segnali rilevati dai sensori viaggiano in direzione opposta, dal mare verso la terra. Le DUs sono collegate a speciali unità di distribuzione, chiamate Junction Boxes, situate sul fondo dell'oceano. Queste scatole di giunzione sono dotate di più connettori, ciascuno dei quali può servire diverse unità di rivelazione, garantendo così una rete efficiente e modulare. L'intero sistema è collegato alla terraferma tramite un cavo elettro-ottico principale lungo fino a 100 km, come nel caso del rivelatore KM3NeT/ARCA, che assicura sia l'alimentazione sia lo scambio bidirezionale di dati. Una volta arrivati a terra, i segnali raccolti da tutto il rivelatore vengono elaborati e analizzati per identificare le tracce lasciate dalle particelle subatomiche che hanno attraversato il volume d'acqua osservato.

L'installazione delle DUs e dei componenti della rete sul fondale marino rappresenta una delle sfide più complesse della Collaborazione KM3NeT. Per superarla, è stato sviluppato un apposito strumento chiamato LOM (Launcher of Optical Modules),

progettato per dispiegare le unità a profondità di diversi chilometri. Ogni DU viene avvolta attorno a un grande telaio sferico di circa 2 metri di diametro, il LOM appunto.

I moduli ottici si inseriscono in cavità dedicate all'interno della struttura. L'ancora posta alla base delle DUs viene calata sul fondale marino, assieme al LOM stesso. Questa ancora, esterna al veicolo di lancio, è sufficientemente pesante per mantenere la DU fissa sul fondale. Al suo interno si trova un cavo di interconnessione, progettato per essere collegato e scollegato in ambienti sottomarini o umidi senza compromettere l'integrità elettrica o ottica del collegamento, e un Base Module. Il Base Module è formato da sensori e da elettronica di controllo, permettendo lo spegnimento e l'accensione delle DUs.

Una nave, dotata di sistema di posizionamento dinamico, viene utilizzata per calare il LOM, che contiene una DU arrotolata, nel punto designato del fondale marino, garantendo una precisione di circa 1 metro. Un veicolo sottomarino operato da remoto (ROV) viene impiegato per collegare i cavi di interconnessione dalla base della stringa alla Junction Box. Una volta verificata la connessione delle DUs sulla terraferma, il ROV, con il suo braccio meccanico, attiva il dispiegamento dell'unità. Durante questo processo, il veicolo di lancio inizia a risalire in superficie ruotando lentamente, mentre rilascia i DOM. Il LOM, ormai vuoto, raggiunge la superficie ed è recuperato dalla nave, così da poter essere utilizzato per operazioni successive. Compattando le stringhe nei LOM, è possibile trasportare molte DUs a bordo, consentendo così molteplici installazioni durante una singola campagna marina. Questo metodo riduce i costi e i tempi necessari per l'installazione delle unità di rivelazione.

7.3 ACQUISIZIONE DATI

I rivelatori KM3NeT sono controllati tramite un complesso sistema di acquisizione e gestione dei dati. Le stazioni di terra ospitano tutta l'infrastruttura necessaria per l'alimentazione, il calcolo e il supporto tecnico. Ogni DOM può trasmettere dati con un tasso tipico di 25 megabit al secondo (Mb/s). La maggior parte di questa banda è occupata dalla luce emessa a seguito del decadimento del potassio radioattivo, che genera tra 5.000 e 8.000 segnali al secondo per ogni fotomoltiplicatore. La sincronizzazione temporale è tale che i ritardi temporali tra ogni coppia di moduli sensori sono stabili entro il nanosecondo, garantita da un protocollo cosiddetto White Rabbit.

La lettura dei dati del rivelatore KM3NeT si basa sul principio secondo cui tutti i dati digitali provenienti dai tubi fotomoltiplicatori, che superano una soglia di segnale preimpostata, vengono inviati alla stazione a terra, dove sono elaborati in tempo reale da risorse di calcolo. Gli eventi fisici vengono separati dal rumore di

fondo utilizzando un set di algoritmi di filtro specifici implementati nel software di analisi dati, che tengono conto delle correlazioni spazio-temporali dei segnali. Diversi filtri possono essere applicati ai dati contemporaneamente. Il tasso totale di dati, per un blocco composto da 115 DUs, ammonta a circa 25 gigabit al secondo (Gb/s). Questo deve essere ridotto di un fattore centomila per filtrare la contaminazione del potassio radioattivo e memorizzare i dati su un disco. Questi ultimi vengono successivamente elaborati per operazioni come la calibrazione, la ricostruzione delle caratteristiche dell'evento (sapore, direzione ed energia) e la loro analisi. Parallelamente, vengono elaborati anche i dati provenienti dal sistema di posizionamento acustico, che consentono di monitorare la posizione di ciascun elemento di rivelazione con una precisione di circa 10 cm. Questa tecnologia fa parte del sistema di calibrazione di KM3NeT.

7.4 SITI E OBIETTIVI SCIENTIFICI

KM3NeT/ARCA

Il telescopio KM3NeT/ARCA (Astroparticle Research with Cosmics in the Abyss) ha come obiettivo lo studio dei neutrini di origine cosmica, raccogliendo dati utili a determinare la loro direzione, lo spettro in energia e la composizione in sapore. Dalla sua posizione nel Mar Mediterraneo, KM3NeT/ARCA ha una migliore visibilità del cielo Sud, includendo la maggior parte della Galassia e il Centro Galattico, ospitante il buco nero supermassiccio Sagittarius A'. Le proprietà ottiche dell'acqua di mare, caratterizzata da una bassa diffusione della luce rispetto al ghiaccio, consentono una misurazione precisa della direzione dei neutrini, fondamentale per scoprire le sorgenti che li emettono.

Il telescopio è installato a 100 chilometri dalla costa del piccolo paese di Portopalo di Capo Passero, in Sicilia, Italia. Le DUs sono ancorate ad una profondità di circa 3.500 metri. Le profondità elevate sono necessarie per isolare i sensori dal fastidioso rumore di fondo. Con una adeguata granularità dei moduli della matrice tridimensionale, quest'infrastruttura è ottimizzata per osservare neutrini cosmici con energie comprese tra diverse decine di GeV fino a oltre il PeV. I DOM sono disposti ad una distanza relativa di 36 metri lungo l'asse verticale, mentre le DUs sono distanti 90 metri orizzontalmente.

KM3NeT/ARCA sarà composto da due blocchi, ciascuno costituito da 115 DUs verticali, con una lunghezza di circa 700 m e dotate di moduli sensori per rivelare la debole luce Cherenkov indotta dalle particelle cariche prodotte dalle interazioni dei neutrini, all'interno o nelle vicinanze del telescopio.

Il rivelatore KM3NeT/ARCA ha già dimostrato la validità della tecnologia di KM3NeT per lo studio di neutrini, grazie all'osservazione dell'evento KM3-230213A, discusso successivamente. Dopo la campagna marina di luglio 2025, il telescopio dispone di 51 DUs. Al termine della costruzione, le 230 stringhe di PMT renderanno sensibile un chilometro cubo di volume, comparabile all'attuale volume del telescopio IceCube.

KM3NeT/ORCA

Un altro obiettivo scientifico di KM3NeT è lo studio delle proprietà intrinseche dei neutrini e comprenderne il ruolo nel contesto attuale della fisica fondamentale. Per questo scopo, il rivelatore KM3NeT/ORCA (Oscillation Research with Cosmics in the Abyss) di KM3NeT, progettato per studi di fisica particellare, osserva neutrini a più basse energie, creati in particolare dai raggi cosmici che attraversano l'atmosfera terrestre.

Tradizionalmente, il flusso atmosferico di neutrini è stato considerato un rumore di fondo per la rivelazione di un segnale di neutrini cosmici. Tuttavia, i neutrini prodotti negli sciami atmosferici possono anche essere studiati per fornire informazioni cruciali sulla loro massa. Una delle questioni ancora irrisolte riguarda l'ordine delle masse dei neutrini, che rimane incerto. A differenza delle altre particelle, i neutrini non hanno una massa definita per ciascun sapore, ma sono associati a tre stati di massa distinti, indicati come ν_1 , ν_2 e ν_3 con masse m_1 , m_2 e m_3 . Uno dei principali enigmi della fisica consiste nello stabilire l'ordine di queste masse, una sfida nota come problema della gerarchia delle masse dei neutrini. Esistono due possibili scenari:

- *Gerarchia normale*: il terzo stato di massa m_3 è il più pesante, mentre quelli di massa m_1 ed m_2 sono più leggeri e molto vicini tra loro.
- *Gerarchia inversa*: il terzo stato di massa m_3 è il più leggero, mentre m_1 e m_2 sono più pesanti.

Nei prossimi anni, diversi progetti cercheranno di chiarire questa questione dal punto di vista sperimentale, utilizzando neutrini atmosferici, come nel caso di KM3NeT/ORCA in Francia e Pingu al Polo Sud, oppure neutrini provenienti da reattori nucleari, come nell'esperimento JUNO in Cina. Tuttavia, una possibile esplosione di supernova nella nostra Galassia potrebbe fornire ulteriori informazioni decisive per comprendere meglio la situazione. In aggiunta, con KM3NeT/ORCA, è anche possibile condurre studi astrofisici, focalizzandosi su neutrini cosmici di bassa energia, come i neutrini da supernova appunto.

Installato a circa 40 km al largo della costa di Tolone, in Francia, KM3NeT/ORCA può sfruttare le eccellenti proprietà ottiche dell'acqua di mare profonda per condurre studi di fisica particellare e astroparticellare. I DOM sono disposti su DUs verticali di circa 150 m di altezza e in una configurazione densa, necessaria per l'osservazione di neutrini di più bassa energia, circa tre ordini di grandezza inferiori rispetto alla scala energetica tipica esplorata dal telescopio KM3NeT/ARCA per la fisica astroparticellare ad alte energie. In particolare, le DUs sono disposte ad una distanza orizzontale di circa 20 metri, mentre i DOM sono distanti 9 metri tra loro verticalmente.

Come in KM3NeT/ARCA, la costruzione di KM3NeT/ORCA avverrà in fasi. Al termine della costruzione, il rivelatore comprenderà un blocco di 115 DUs e avrà un volume strumentato totale di circa 0.0067 chilometri cubici. Dopo la campagna marina di ottobre 2025, il rivelatore dispone di 33 DUs operative.

Oltre allo studio dei neutrini, le infrastrutture di KM3NeT rappresentano un laboratorio multidisciplinare unico. La connessione permanente tra il laboratorio a terra e i sensori sul fondale marino permette non solo di alimentare i dispositivi e trasmettere dati, ma anche di condurre studi oceanografici, geofisici e biologici in tempo reale e a lungo termine. Le installazioni in Francia e Italia mettono a disposizione della comunità scientifica strumenti dedicati, collegati alle unità di rivelazione e alle scatole di giunzione, che raccolgono dati sull'ambiente marino come le proprietà dell'acqua, la bioluminescenza, le correnti marine e il rumore acustico. Per supportare queste attività è stata avviata una collaborazione con EMSO, una struttura europea per la ricerca scientifica sul fondo marino, che utilizza queste infrastrutture per approfondire la conoscenza degli ecosistemi sottomarini.

8. KM3-230213A: UNA SCOPERTA SENZA PRECEDENTI

Il 13 febbraio 2023, KM3NeT/ARCA, operativo con 21 stringhe e 378 DOM, ha registrato un evento di neutrini diverso da tutti gli altri. Denominato KM3-230213A, questo evento è stato causato da un muone, creato dall'interazione con la materia di un neutrino, di sapore muonico, ad energie elevatissime. Lo studio, pubblicato sulla rivista «Nature», riporta che l'energia del muone è stata stimata ad un livello di 120 PeV. Questo implica che il neutrino primario che ha generato il muone aveva un'energia ancora maggiore, pari a circa 220 PeV, più di cento milioni di miliardi di volte superiore a quella dei fotoni della luce visibile e significativamente più alta di qualsiasi altro neutrino mai rivelato in precedenza. Durante questo evento, i tubi fotomoltiplicatori del rivelatore hanno registrato oltre 28.000 fotoni, quando la luce del muone

ha illuminato l'acqua. Neutrini così energetici non sono mai stati osservati, rendendo questa scoperta straordinaria. In aggiunta, la tecnologia avanzata di KM3NeT/ARCA ha permesso di ricostruire la traiettoria e l'energia del muone. Il suo percorso quasi orizzontale attraverso il rivelatore indica un'origine cosmica. Dunque, questo neutrino potrebbe provenire da un potente acceleratore astrofisico, come un nucleo galattico attivo o un lampo di raggi gamma. In alternativa, potrebbe trattarsi di un "neutrino cosmogenico", generato quando raggi cosmici ultra-energetici interagiscono con la radiazione cosmica di fondo che permea l'Universo.

La rivelazione del neutrino KM3-230213A ha permesso agli scienziati di analizzarne direzione ed energia per decifrarne l'origine. Sebbene la direzione di arrivo coincida con una regione di cielo che ospita diverse sorgenti astrofisiche, un'associazione definitiva deve ancora essere stabilita. Tentativi di correlare l'evento a controparti nei raggi gamma, nella banda X e radio non hanno dato risultati conclusivi, evidenziando la difficoltà di associare singoli neutrini a specifiche sorgenti astrofisiche. Questo evento segna un progresso significativo nell'ambito astroparticellare. Neutrini come KM3-230213A potrebbero aiutare a risolvere misteri sull'origine dei raggi cosmici e sulla fisica di potenti acceleratori astrofisici. Inoltre, i dati raccolti potrebbero contribuire al miglioramento dei modelli di produzione e propagazione dei neutrini, dimostrando le capacità avanzate dei telescopi di nuova generazione, come KM3NeT/ARCA, che sta continuamente ampliando le sue potenzialità di rivelazione di queste particelle.

9. IL FUTURO DELL'ASTRONOMIA DI NEUTRINI

KM3-230213A rappresenta un passo avanti verso una maggiore comprensione del cosmo, mostrando come ogni nuova osservazione ci avvicini alla scoperta di fenomeni straordinariamente nascosti nel nostro Universo. Seppur sollevando molte domande, al tempo stesso si aprono nuove possibilità. La costante espansione di KM3NeT, con l'installazione di nuove DUs e l'estensione del tempo di acquisizione dati, aumenterà la sensibilità dello strumento e le sue capacità di rivelazione. Il risultato ottenuto si colloca nel panorama della già citata astronomia a multimesaggeri, che cerca di espandere la nostra comprensione dell'Universo combinando informazioni provenienti da diversi tipi di messaggeri astrofisici. Integrando i neutrini con raggi cosmici, fotoni e onde gravitazionali, l'astronomia a multimesaggeri fornisce un quadro più completo degli eventi che caratterizzano gli oggetti astrofisici. Questa disciplina ha già condotto ad importanti traguardi nella comuni-



FIG. 6 Una DU di KM3NeT/ARCA, durante la campagna marina di Ottobre 2024, entra nel Mar Mediterraneo sul far dell'alba. Immagine vincitrice del KM3NeT 2024 Picture contest. *Crediti: KM3NeT/A. Simonelli (rielaborazione in b/n da parte dell'autore).*

tà scientifica. Oltre all'osservazione dei neutrini solari, l'identificazione di neutrini provenienti dall'esplosione della supernova SN1987A rappresenta il primo evento astrofisico a produrre una coincidenza luce-neutrino.

L'identificazione menzionata del blazar TXS0506+056 come la prima candidata sorgente di neutrini cosmici ha segnato l'inizio di una nuova era per questo tipo di ricerche. In aggiunta, tra i risultati più straordinari degli ultimi anni, spicca l'osservazione quasi simultanea del lampo di luce gamma GRB 170817A e dell'onda gravitazionale GW170817. Questo evento, causato dalla fusione di due stelle di neutroni, è stato rivelato sia come onda gravitazionale dai rivelatori LIGO e Virgo sia come lampo di raggi gamma di breve durata dai satelliti Fermi e INTEGRAL, in modo del tutto indipendente.

Considerati i numerosi esperimenti attualmente in costruzione e in fase di progettazione, una comunicazione efficace tra le collaborazioni è essenziale per uno scambio rapido di informazioni. I neutrini servono come eccellenti messaggeri per trasmettere informazioni ad altre infrastrutture di ricerca, poiché la loro direzione ricostruita può indicare, con buona approssimazione, la posizione della sorgente che li ha generati. Questi messaggeri fungono da allerta per altri telescopi, consentendo di monitorare rapidamente, con osservazioni complementari, eventi quasi coincidenti. Le comunicazioni trasmesse alla comunità astrofisica sono attualmente facilitate da reti come la Gamma-Ray Coordinates Network, mentre piattaforme come l'Astronomers Telegram forniscono brevi resoconti sulle osservazioni astronomiche più recenti. Infine, il progetto Astro-COLIBRI, attualmente in fase di test, mira a centralizzare le informazioni provenienti da vari esperimenti in un'interfaccia web e accessibile da smartphone. Questa piattaforma fornirà dati in tempo

reale, ma anche probabilità che nuovi eventi siano di origine astrofisica. Il brillante futuro che ci attende è destinato a essere rivoluzionato dalla prossima generazione di telescopi per neutrini, come quelli in costruzione nel Mar Mediterraneo.

BIBLIOGRAFIA ESSENZIALE

- [1] S. Adrian-Martinez *et al.*, *Letter of intent for KM3NeT 2.0*, «Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics», 43.8 (2016), p. 084001. doi: 10.1088/0954-3899/43/8/084001. arXiv: 1601.07459 [astro-ph.IM].
- [2] S. Aiello *et al.*, *Astronomy potential of KM3NeT/ARCA*, «Eur. Phys. J.» C 84.9 (2024), p. 885. doi: 10.1140/epjc/s10052-024-13137-2. arXiv: 2402.08363 [astro-ph.HE].
- [3] KM3NeT Collaboration, *Observation of an ultra-high-energy cosmic neutrino with KM3NeT*, «Nature», 638 (2025): pp. 376-382, doi: 10.1038/s41586-024-08543-1.
- [4] M. Spurio, *Neutrini in profondità: Vita, morte e miracoli dei neutrini rivelati sotto terra, sotto i ghiacci o in fondo al mare*. «arXiv e-prints» (2016). arXiv: 1609.06710 [physics.hist-ph].
- [5] M. Spurio, *Probes of Multimessenger Astrophysics. Charged cosmic rays, neutrinos, gamma-rays and gravitational waves*, Astronomy and Astrophysics Library, Cham: Springer, 2018. isbn: 978-3-319-96853-7. doi: 10.1007/978-3-319-96854-4.

LA QUADRATURA DEL CERCHIO COME METAFORA

DALLA LETTERATURA GRECA
ALLA POESIA CONTEMPORANEA

ERMANNO ABBATE, ELENA MICHELINI

da
blindi
can comp
plete light. You
need the dark
the dark to define wh
define what is light. But
But as the da
dark can be blind
dark be blinding, so can co
complete light
complete light. You need the
need the dark to define
need the dark
what is light. B
is light. But just as the da
But just the dark can be blindi
the can be so can comp
But the can blinding, can complete light. You
can be so can You need the dark
be so can light. You need dark to define wh
so complete You need dark to what is light. But
complete light. need the to define what is light. But just as the da
light. need the dark define what is light. But just as the dark can be blindi
ed the dark to define what is light. But as the dark can be blinding, so can comp
to define what is light. But just as the dark can be blinding, so can complete light. You
that is light. But just as the dark can be blinding, so can complete light. You need the dark
nt. But just as the dark can be blinding, so can complete light. You need the dark to define wh
as the dark can be blinding, so can complete light. You need the dark to define what is light. But
can be blinding, so can complete light. You need the dark to define what is light. But just as the da
ing, so can complete light. You need the dark to define what is light. But just as the dark can be blindi
complete light. You need the dark to define what is light. But just as the dark can be blinding, so can comp
You need the dark to define what is light. But just as the dark can be blinding, so can complete light. You
on just the dark to define what
the dark to define what is light. But just as the dark can be blinding, so can complete light. You need the dark to

I matematici si sono interrogati sul problema geometrico della quadratura del cerchio sin dall'antichità: non poche sono le opere della letteratura greca in cui figurano tanto tentativi di risolverlo quanto semplici menzioni che ne testimoniano la rilevanza in campo non solo tecnico e scientifico ma anche filosofico. Compiendo poi un lungo salto temporale, ci si imbatte nello stesso tema ma in un contesto apparentemente ad esso estraneo quale è quello della poesia contemporanea. In particolare, un'opera esemplificativa di come l'operazione di quadratura del cerchio abbia ricoperto un ruolo cruciale nel panorama della letteratura e del pensiero occidentale del secolo scorso è la raccolta poetica *Variazioni belliche* di Amelia Rosselli (Parigi, 1930 – Roma, 1996).

Rosselli, figlia dell'esule antifascista Carlo Rosselli, poetessa trilingue ed esperta musicologa, ha scritto, principalmente tra la fine degli anni Cinquanta e gli anni Ottanta del Novecento, poesie e poemetti caratterizzati da una tendenza allo sperimentalismo linguistico mai fine a se stesso. La sua ricerca è sempre stata volta infatti ad una costante ed ossessiva esplorazione dei legami tra i grandi temi che attraversano il suo vissuto – il tentativo di scardinare dall'interno la tradizione poetica, l'instabilità psichiatrica, la tensione erotica – e l'impossibilità di esprimerli discorsivamente in maniera esaustiva.

«Su della mia / testa veramente tonda nasceva il quadrato della certitudine», scrive in *Variazioni belliche*; e ancora: «faccende nostre [...] di quadratura del cerchio». Può essere dunque affascinante seguire gli sviluppi di questo tema – dalla letteratura greca fino a Rosselli – così da chiarirne il rapporto con la tradizione letteraria e comprendere in che modo finisca per essere impiegato per descrivere l'attività del fare poesia. Se l'opera rosselliana è in effetti significativa per quanto riguarda la ricezione del tema ai giorni nostri, nella storia della letteratura occidentale anteriore è indispensabile confrontarsi con alcuni autori che lo menzionano. In questa sede si metterà quindi in evidenza, in primo luogo, come in alcuni passi di Platone, Plutarco e Aristofane emerga, da angolazioni diverse ma sempre a partire dall'operazione di quadratura, una ripresa dei problemi geometrici che apre a riflessioni filosofiche; si noterà poi, mediante una lettera di Archimede, che la collaborazione tra matematici può essere concepita al pari di un sillogismo collettivo; ciò permetterà di osservare infine come, negli scritti di Aristotele, la dimostrazione errata proposta dal matematico Brisone per quadrare il cerchio sia paragonata ad un ragionamento logico filosoficamente degno di nota.

Nel percorso proposto, sarà a questo punto preso in considerazione il *Paradiso* dantesco, che fa della quadratura del cerchio un simbolo esplicito dell'impossibilità di esprimere verbalmente la *visio Dei*, costituendo un ponte tra le considerazioni

di Aristotele e la letteratura italiana successiva alla *Commedia*. Dal poema, infatti, come è stato dimostrato dalla critica, traggono diretta ispirazione, in *Variazioni belliche*, luoghi testuali che sottintendono una riflessione metapoetica. Si vedrà così perché, tra le numerose immagini che nell'opera di Amelia Rosselli fungono da metafora della ricerca poetica, proprio la quadratura del cerchio sia particolarmente adeguata per descrivere i suoi tentativi di definire geometricamente le scelte metriche da lei adottate.

I. LE ORIGINI DEL PROBLEMA

Per mettere in luce il valore simbolico della quadratura del cerchio, può essere utile partire dall'analisi dei diversi modi in cui è stata affrontata, rappresentata e interpretata alle sue origini, ovvero, appunto, nel contesto del pensiero scientifico, matematico e filosofico greco antico, quando costituiva uno dei tre problemi chiave della geometria, insieme alla trisezione dell'angolo e alla duplicazione del cubo. La soluzione del problema consisteva nel creare un quadrato la cui area fosse uguale a quella di un dato cerchio. Tuttavia, come fu dimostrato nel XIX secolo dal matematico Ferdinand von Lindemann, ciò era impossibile, perché avrebbe richiesto la costruzione del numero "radice quadrata di π ", operazione approssimabile ma non realizzabile esattamente.

Per i greci, infatti, si presentava, come si legge ad esempio negli *Elementi* di Euclide, il problema di costruire dei quadrati a partire dal diametro dei cerchi, che, in termini moderni, significa mettere in comunicazione numeri algebrici e numeri trascendenti e, in particolare, esprimere π , numero che sfugge alla delimitazione algebrica, e riportarlo alla dimensione razionale dei rapporti tra numeri naturali. Il numero razionale si presenta, dunque, nella sua perfezione – nel senso di completezza, finitezza – come imperfetto, perché incapace di esprimere pienamente qualcosa che lo trascende.

Così, se i primi matematici erano interessati a risolvere il problema con qualsiasi mezzo (si possono ricordare a proposito complessi strumenti meccanici e curve particolarmente sofisticate, dalle lunule di Ippocrate alla quadratrice di Ippia), in séguito squadra e compasso divennero quelli prediletti: da un lato in quanto le combinazioni di cerchi e linee riuscivano a eseguire calcoli con strumenti elementari, dall'altro perché il cerchio e la linea erano più facili da comprendere a livello mentale anche senza l'ausilio di curve che, per essere studiate, avevano bisogno di essere rappresentate graficamente. Questa linea di pensiero è ripresa peraltro dai

neoplatonici, tra cui Proclo, che, sulla scia di Platone, riconosce che la geometria permette di comprendere qualcosa di puro, al di là della sensibilità propria del mondo corporeo e materiale, quindi di ragionare senza l'ausilio di un supporto grafico.

1.1 LA GEOMETRIA E L'ANIMA: CONOSCERE "CIÒ CHE ETERNAMENTE È"

Platone, a sua volta, nel VII libro della *Repubblica*, aveva testimoniato l'interesse dei matematici per la ricerca di una soluzione al problema della quadratura, rappresentandoli però come talmente intenti ad eseguire una serie di operazioni pratiche – tra cui il *tetragonizein*, “quadrare” – che sembravano aver perso di vista il proprio obiettivo di conoscenza pura. La geometria infatti – dal momento che la costruzione di una dimostrazione, innanzitutto in maniera teorica, mira alla contemplazione dell'esistenza di qualcosa “che è sempre” (nel nostro caso l'idea della quadratura di un qualsiasi cerchio) – avrebbe facilitato la conoscenza dell'idea del bene, che è qualcosa di altrettanto eterno, senza inizio, né mutamento, né fine. L'utilità della disciplina sarebbe consistita dunque proprio nel trascinare l'anima verso la più alta verità e produrre un pensiero filosofico.

A questo proposito, Plutarco, nel *De exilio*, menziona Anassagora come esempio di persona che, studiando la geometria – occupandosi in particolare proprio della quadratura del cerchio – è riuscita ad elevare la propria anima oltre le condizioni materiali, nel suo caso di prigionia, in cui il corpo si trovava. Alla pratica matematica di Anassagora è in questo passo subito accostata quella filosofica di Socrate in punto di morte: entrambi i filosofi sono stati prove viventi del fatto che nessun luogo può privare l'uomo della propria felicità, virtù e saggezza.

1.2 LA RIDICOLIZZAZIONE DELLA QUADRATURA TRA GEOMETRIA E FILOSOFIA

Una volta distinti l'aspetto più tecnico e quello più filosofico della quadratura del cerchio, si può spostare l'attenzione su un'opera letteraria di tutt'altro tenore, gli *Uccelli* di Aristofane, in cui è interessante notare come il personaggio di Metone sia portatore, in chiave ovviamente comica, di questi due lati complementari della disciplina che pratica, la geometria. Gli ateniesi Pistetero ed Evelpide, infatti, hanno intenzione di costruire un luogo (Nubicuculia, la città dei cuculi tra le nuvole, che si sarebbe trovata a metà tra terra e cielo) che sia quello ideale in cui fuggire per evitare la pessima situazione politica in cui versava Atene.

Già nell'uso che viene fatto del termine “geometria” emerge la commistione tra i suoi due significati: quello solo etimologico di misurazione della terra e quello esteso in ambito matematico di operazione con figure astratte. Il matematico e

astronomo Metone ben ricopre il proprio ruolo paradossale di “geometra dell’aria”, proponendo di progettare la nuova città secondo principi geometrici ma trovandosi tuttavia di fronte all’inadeguatezza degli strumenti matematici, che andranno utilizzati per prendere delle misure nell’aria. La collocazione celeste della città, poi, in un territorio intermedio tra dominio umano e divino, rimarca la sua *atopia*, che indica tanto il suo essere fuori dalla possibilità di essere concretamente localizzata quanto la sua assurdità, che va di pari passo con il suo essere concepita alla stregua di un’utopia.

A questo punto, l’elemento geometrico che entra in gioco nel rimarcare questo scarto tra realtà e irrealizzabilità è proprio la quadratura del cerchio, costitutivamente impossibile, che Metone intende compiere. Nel suo tentativo di spiegazione, inoltre, ricorre un paragone, quello tra il cielo e un forno, che Aristofane usa anche altrove nel proprio repertorio come una fandonia da far pronunciare al personaggio inopportuno di turno: il pubblico avrebbe così potuto, riconoscendo la battuta, inquadrare ancora meglio il tipo di personaggio. Metone incarna infatti, un po’ sulla scia di Socrate nelle *Nuvole* (pur con uno spazio decisamente minore nel copione), la figura dell’intellettuale-ciarlatano che si oppone, con il proprio astruso linguaggio, ad una tendenza dominante incarnata da un altro personaggio.

Del resto, tanto l’idea di Metone di modellare la nuova città sull’esempio della perfezione degli astri quanto il fatto che Pistetero gli dia ironicamente del “Talete” contribuiscono ad unificare definitivamente le figure del matematico e del filosofo naturale in un unico personaggio, rivelando, al di là dei tratti caricaturali della scena, che all’epoca non doveva essere percepita, perlomeno nell’immaginario collettivo del pubblico della commedia, una differenza particolarmente grande tra un problema geometrico e uno filosofico, in quanto, evidentemente, chi se ne occupava poteva essere la stessa persona.

1.3 IL RAGIONAMENTO DIMOSTRATIVO COME SILLOGISMO COLLETTIVO

Una volta accostate la prospettiva matematica e quella filosofica, si cercherà ora di cogliere, a partire dalle parole di Archimede, come il ragionamento matematico-geometrico possa essere rilevante dal punto di vista filosofico in quanto assimilabile a quello argomentativo.

Negli scritti di Archimede, una definizione del problema della quadratura del cerchio si legge in *Quadratura della parabola*, un trattato redatto nella forma di una lettera con “allegata” la dimostrazione della quadratura non del cerchio ma della parabola. E Archimede stesso, che pur risiedendo a Siracusa era in contatto con Ales-

sandria, testimoniando peraltro la vicinanza personale tra gli intellettuali dell'epoca, fa riferimento anche alle indagini di altri matematici che lo hanno preceduto, scrivendo dei loro vari e vani tentativi di quadrare il cerchio, il segmento circolare e forse l'ellisse, ma non la parabola. Egli cambia dunque strada e presenta una dimostrazione geometrica che non era mai stata oggetto di studio prima di quel momento. Il lessico utilizzato rende in effetti l'idea di un tentativo di esplorare qualcosa che è al di là di ciò che si ha già concretamente (in questo caso il quadrato a partire dal cerchio, che è invece "già dato") e che dunque, non essendo ancora reale, appartiene al dominio del potenziale, del possibile e deve essere trovato. E, per come si pone, Archimede sembra quasi volersi mostrare in un ruolo non solo di antitesi rispetto ai propri "colleghi", ma di superiorità e consapevolezza della propria grandezza, in riferimento anche alla novità dell'obiettivo studiato e conquistato sulla lunga strada della conoscenza scientifica. Il motivo per cui, a sua detta, i suoi predecessori non ci erano riusciti consisteva nel fatto che assumevano lemmi non accettabili, tanto che la "comunità scientifica" dell'epoca riteneva che non fosse stata ancora trovata una soluzione. Archimede invece prende un lemma assolutamente certo, già utilizzato e validato dai matematici che lo avevano preceduto, così da avere la garanzia che la propria dimostrazione sia altrettanto affidabile.

Degno di nota è quindi, a questo proposito, il concetto di fiducia, affidabilità o credibilità, che ricorre in associazione al prendere delle assunzioni di cui servirsi come oggetti a partire dai quali è possibile mostrare qualcosa. In quest'ottica, si può intendere la geometria come la costruzione di un pensiero da parte di una pluralità di soggetti dislocati nel tempo e nello spazio. Più persone, infatti, in circostanze diverse, lavoravano – che fosse in competizione o in collaborazione – utilizzando lemmi precedentemente dimostrati da altri e dunque appartenenti a una sorta di patrimonio comune, da un lato dando per scontato la loro affidabilità, ovvero validità, dall'altro fornendo a propria volta nuove dimostrazioni da condividere con chi in futuro avrebbe potuto servirsene. Le operazioni svolte per giungere ad una dimostrazione a partire da alcune assunzioni possono quindi essere assimilabili a una forma di ragionamento eseguito poi autonomamente da più persone, per cui la geometria risulta essere, per certi versi, un modo – ovviamente particolarmente rigoroso e formalizzato – di espressione del pensiero, in un certo senso, di argomentazione. Crediamo allora che la geometria possa essere aristotelicamente intesa come una sorta di sillogismo collettivo, il cui risultato è il prodotto delle parti che, assemblate coerentemente, lo compongono.

1.4 LA QUADRATURA DI BRISONE COME ESEMPIO DI SILLOGISMO ERISTICO

Come si è appena visto, in matematica, i criteri utilizzati per stabilire l'adeguatezza dei passaggi mediante cui si raggiunge una conclusione determinano la possibilità di affermarne o meno la validità. Non c'è dunque da stupirsi del fatto che Aristotele utilizzi la dimostrazione della quadratura del cerchio come esempio per questioni relative allo studio della costruzione del pensiero e del ragionamento umano, dando così sempre maggior rilevanza filosofica ai tentativi di risoluzione del problema.

In particolare, nelle *Confutazioni Sofistiche*, egli analizza le forme errate di ragionamento, tra cui quelle di tipo confutativo. Precisato che il sillogismo è il discorso in cui, poste due premesse, segue di necessità una conclusione, e che la confutazione è un sillogismo della contraddizione, definisce le confutazioni sofistiche che sono solo apparenti a causa di un cattivo uso nel linguaggio (nell'espressione o nella forma del ragionamento: secondo la terminologia scolastica, *in dictione* o *extra dictionem*). In quanto confutazioni, pur errate, esse entrano in gioco nei discorsi tenuti tra due parti che si confrontano. In questi casi, secondo la classificazione aristotelica, i discorsi possono essere di quattro generi: didascalici, che dimostrano scientificamente; dialettici, che procedono per interrogazione per poi affermare o negare qualcosa; esaminativi, che discutono, a partire da principi comunemente noti e non settoriali, qualcosa di non ancora certo; eristici, che hanno a che fare con oggetti di una sfera specifica. Il terzo tipo di sillogismo, come si è visto, non rientra in una scienza determinata, tanto che anche un ignorante può possedere la scienza esaminativa e discutere di qualcosa che non conosce. Il punto di arrivo dei sofisti e degli eristi, invece, secondo Aristotele, non è una conclusione di ragionamento, ma un'apparenza, una parvenza: di sapienza per gli uni, di vittoria per gli altri. Quindi, non è sufficiente, nello svolgimento di un sillogismo di tipo esaminativo, che la conclusione a cui si giunge sia vera perché sia valida: essa può essere comunque fallace se si regge su motivazioni errate o non appropriate al contesto.

La quadratura del cerchio, già qualificata nelle *Categorie* come conoscibile ma non ancora conosciuta, è a questo punto un esempio calzante di cui si serve Aristotele per spiegare la differenza tra questi tipi di ragionamento, visto che rientra nel campo dei discorsi esaminativi in quanto non è oggetto di conoscenza certa. Introducendo la nozione di "pseudografemi", ovvero le dimostrazioni geometriche eseguite graficamente in modo erroneo, egli afferma che essi non sono eristici, perché i ragionamenti eristici parlano di qualcosa che rientra in una sfera specifica. Aristotele accosta dunque le dimostrazioni errate svolte dagli eristi in ambito argomentativo a quelle svolte dagli "pseudografi" in ambito geometrico, in quanto partono dagli stessi argomenti

di quelli (invece validi) usati rispettivamente dai dialettici e dai geometri. Dobbiamo però tener presente, in questo paragone tra creatori di paralogismi, che le figure di “pseudografi” ed eristi non coincidono esattamente: la differenza, sottile ma cruciale per Aristotele, sta nel fatto che l'erista può occuparsi di ogni genere di cosa a partire da premesse tratte da qualsiasi ambito, mentre lo pseudografo costruisce le proprie dimostrazioni muovendosi solo tra premesse e conclusioni di un certo tipo: quelle che lo fanno rimanere nella propria area di competenza, la geometria.

Tuttavia, fra i vari tentativi di quadrare il cerchio, alcuni possono essere classificati come ragionamenti eristici e non come “pseudografemi”. Tra questi, Aristotele annovera la quadratura di Brisone, in quanto ritiene che questi non abbia attinto a premesse pertinenti all'area di competenza del problema affrontato. Questa spiegazione si affianca così a quella che si legge nel nono capitolo degli *Analitici Secondi*, in cui l'autore afferma che Brisone ha quadrato il cerchio per accidente – potremmo dire eristicamente – perché si è basato su un principio che potrebbe essere applicato a qualsiasi campo. Infatti la premessa da lui posta per la soluzione era il seguente assioma: quelle cose che sono rispettivamente più grandi e più piccole di altre cose sono tra loro uguali. La critica di Aristotele mette dunque a fuoco come una tale dimostrazione errata proceda da un assioma comune a tutte le scienze e non specificamente proprio del genere delle grandezze.

2. LA QUADRATURA DEL CERCHIO IN DANTE

Il fatto che Brisone abbia sbagliato innanzitutto metodologicamente ad affrontare la quadratura del cerchio giunge, proprio tramite Aristotele, fino a una delle opere fondative della nostra letteratura: la *Commedia* di Dante. Infatti in *Paradiso*, nel cielo del Sole, l'anima beata di san Tommaso, mettendo in guardia Dante dal rischio di dare giudizi affrettati, lo invita a tenere a mente gli esempi di «Parmenide, Melisso e Brisso e molti, / li quali andaro e non sapëan dove» (*Paradiso* XIII, vv. 125-126). Come emerge già da *Convivio* (II, xiii, 26-27) e *De monarchia* (III, iii, 2), per Dante il problema consiste nell'impossibilità di costruire un quadrato avente la stessa superficie di un cerchio dato ed è ritenuto insolubile. Quasi certamente il poeta si riferiva alla quadratura con riga e compasso, ovvero l'unico metodo all'epoca considerato legittimo. Egli era infatti con ogni probabilità a conoscenza delle altre possibili interpretazioni della questione e delle relative soluzioni proposte, che considerava però non ammissibili poiché ottenute attraverso operazioni meccaniche come, ad esempio, l'utilizzo della quadratrice.

L'allusione a Brisone si inserisce in un discorso in cui Tommaso tratta il tema della sapienza di Salomone, spiegando perché il re biblico è definito come l'uomo più saggio mai esistito. I tre personaggi citati – e i loro fallimenti – sono quindi contrapposti alla proverbiale saggezza salomonica. Anche in questo caso, dunque, il problema della quadratura del cerchio non interessa solo il dominio della geometria, ma è collocata all'interno di un ragionamento filosofico. Più in generale, nei canti ambientati nel cielo del Sole, è frequente l'allusione al cerchio o al movimento circolare, principalmente per descrivere il comportamento delle anime beate incontrate da Dante. Molti commentatori spiegano questa insistenza con il fatto che il cerchio è la figura dell'armonia intellettuale che caratterizza tale luogo del Paradiso, dove le diverse scuole di pensiero che in terra si scontrano si riconciliano nell'unica Verità. Fondamentale è anche la presenza di Beatrice, figura della sapienza divina: i beati le girano intorno per tre volte, riconoscendo in lei il loro centro. Si riconferma quindi che, nel poema, il cerchio ha strettamente a che fare con sapienza e conoscenza.

Nell'utilizzo che fa della figura geometrica, Dante riprende una tradizione ben consolidata, secondo cui la retta rappresenta il tempo umano, dunque ciò che è terreno e finito, mentre il cerchio è simbolo dell'infinito e dell'eterno e quindi, negli autori cristiani, anche di Dio stesso. Da ciò consegue che la quadratura del cerchio possa essere intesa come un problema che riguarda il rapporto tra finito e infinito, tra umano e divino. Anche sulla scorta di questi significati simbolici, si diffonde nel Medioevo l'impiego del cerchio nella rappresentazione della Trinità, a partire da Agostino e giungendo fino al *Liber Figurarum* di Gioacchino da Fiore, di cui è assai nota al tempo di Dante l'immagine dei cerchi trinitari. Anche il cielo del Sole è in effetti attraversato dal tema della Trinità, dall'incipit di *Paradiso* X, fino alla chiusura, prima dell'ascesa al cielo di Marte. Proprio in relazione al mistero trinitario, il cerchio assume un'importanza ancora maggiore nel canto di maggior interesse per questo tema, ovvero il XXXIII del *Paradiso*. La memorabile immagine utilizzata da Dante per descrivere la visione della Trinità consiste infatti in «tre giri / di tre colori e d'una contenenza» (*Par.* XXXIII, vv. 116-117).

Dalla contemplazione di questa visione scaturisce la volontà di Dante di comprendere il mistero cristiano dell'Incarnazione: infatti, la seconda «circolazion» – ossia il cerchio che nella rappresentazione della Trinità è figura di Cristo – al poeta «parve pinta de la nostra effige» (v. 131). La sconfitta delle facoltà umane del pellegrino al cospetto di tale manifestazione è descritta per mezzo di una similitudine il cui primo termine di paragone fa esplicitamente riferimento alla quadratura del cerchio:

Qual è 'l geomètra che tutto s'affige
per misurar lo cerchio, e non ritrova,
pensando, quel principio ond'elli indige,
tal era io a quella vista nova:
veder voleva come si convenne
l' imago al cerchio e come vi s'indova
(*Par.* XXXIII, vv. 133-138)

Nello sfruttare il problema geometrico per significare l'impossibilità di accedere alle verità di fede, Dante si inserisce in una tradizione che lo precede: l'utilizzo della geometria in un simile contesto, infatti, è frequente nell'innologia medievale. Come anticipato, il «principio» che manca al «geomètra» è il π , ovvero il rapporto che lega diametro e circonferenza. Tale numero è il fattore che rende commensurabili linea retta e cerchio, rimandando quindi al problema della quadratura, davanti al quale il matematico, secondo Dante, non può che accettare la sconfitta della ragione. Lo stesso accade per il pellegrino nel momento della visione finale: di fronte alla manifestazione divina, nulla può la mente umana. Nello specifico, ciò che Dante afferma di non essere riuscito a cogliere razionalmente è come la «nostra effige» si adattasse al secondo cerchio della Trinità e trovasse posto in esso; in altre parole, in che rapporto stessero divino e umano, eterno e finito, cerchio e quadrato. Il principio di cui è privo è dunque quello che unisce queste dimensioni tra loro incommensurabili: la conseguenza della ricerca è necessariamente una sconfitta del pensiero logico-razionale. A questa mancanza, dovuta all'insufficienza dei mezzi umani, sopprime l'intervento divino, con un «fulgore» (v. 141) che colpisce la mente del pellegrino e gli consente di raggiungere ciò che non avrebbe potuto ottenere con le proprie forze. Proprio a questo punto («qui», specifica il poeta) si ha la definitiva rinuncia, la dichiarazione di impotenza: «A l'alta fantasia qui mancò possa» (v. 142). Si potrebbe quindi dire che Dante ha avuto accesso al «cerchio» del divino – sebbene ciò non sia accaduto esclusivamente per merito delle sue capacità – ma che non sia stata possibile una piena comprensione della visione, a causa dell'infinita distanza che intercorre tra mente divina e umana.

Alla fine del poema, la quadratura del cerchio sembrerebbe quindi essere dichiarata una volta per tutte irrealizzabile. Alcuni commenti, però, evidenziano come a questo punto non sia necessaria una soluzione razionale del problema, perché l'illuminazione divina che colpisce la mente di Dante permette – si potrebbe dire – di «circolare il quadrato», come suggeriscono Herzman e Towsley. Secondo questa interpretazione, cerchio e quadrato entrano dunque in comunicazione non grazie alla

capacità di Dante di rendere comprensibili all'uomo le realtà ultraterrene, quanto piuttosto perché il divino stesso discende all'altezza della sua mente, soddisfacendone il desiderio. La forte avversativa in *incipit* del verso 143 («ma già volgeva il mio disio e 'l velle») apre in effetti alla conclusione che descrive un quadro di armonia universale in cui lo stesso pellegrino è inserito, una volta che il suo desiderio si è accordato perfettamente a quello di Dio. Nonostante il fallimento della «fantasia», quindi, la «voglia» della mente di Dante è appagata.

Accanto a questa lettura, si può individuare un'ulteriore spiegazione di queste ultime terzine, che mette in luce alcuni aspetti fondamentali della questione. Si ricordi infatti che la *Commedia* narra la vicenda di Dante personaggio, il quale sperimenta l'insufficienza delle sue capacità davanti alla *visio Dei*, che non riesce a comprendere completamente, come del resto avviene in numerosi altri punti del viaggio oltremondano. Ma Dante *auctor*, profeticamente investito del compito di scrivere quanto ha visto, non può rinunciare al suo incarico per la manchevolezza dei mezzi umani. Sebbene, come espresso dalla similitudine del «geometra», nel momento della visione il pellegrino si struggesse senza successo, il poeta tenta, con il potente mezzo della parola che ha a disposizione, di narrare ciò a cui ha avuto il privilegio di assistere, nello spazio dei limiti concessi alla natura umana. Con la similitudine, ma più in generale con l'intero poema, Dante cerca infatti di rendere fruibile al mondo l'esperienza oltremondana, di riportarla attraverso la propria poesia, sebbene il racconto non sia che un'approssimazione, come segnalato dalle frequenti ammissioni di impotenza e di ineffabilità che accompagnano il viaggio, specialmente nella terza cantica. Alla luce di queste considerazioni, la quadratura del cerchio può assumere un significato in parte nuovo: se per Dante personaggio rappresentava l'impossibilità di comprendere nel momento stesso della visione, ora, per il poeta, consiste nel tentativo di descrivere il «cerchio» ma «quadrandolo», attraverso la parola, così da renderlo comprensibile al lettore. Il «principio» mancante diviene, in questo caso, quello necessario a Dante per trasportare i fatti in versi, per scrivere la *Commedia*.

A questo proposito, si considerino gli ultimi versi del *Paradiso* e dell'intero poema:

ma già volgeva il mio disio e 'l velle,
sì come rota ch'igualmente è mossa,
l'amor che move il sole e l'altre stelle.
(*Par.* XXXIII, vv. 143-145)

I primi commentatori della *Commedia* interpretavano il verbo “volgere” con il significato di “allontanare”: secondo questa interpretazione Dante, poiché non può restare eternamente in contemplazione non essendo ancora un beato, è volto da Dio, conformemente alla sua volontà, per ritornare sulla terra e testimoniare all’umanità quanto ha visto. Lo scacco sperimentato dalla fantasia, quindi, non verrebbe risolto dall’azione divina sul desiderio del pellegrino e dunque con una sorta di “circolazione del quadrato” operata dall’alto. Piuttosto, Dio stesso, davanti all’impossibilità di proseguire oltre, volgerebbe Dante a “quadrare il cerchio” della visione, attraverso i mezzi che gli sono concessi. In questo senso, il problema sollevato dalla similitudine del geometra non sarebbe aggirato mediante l’azione divina: è il poeta stesso a risolverlo con la sua opera di approssimazione che prende corpo nel poema. In questi termini, l’operazione poetica dantesca può quindi essere descritta come una quadratura del cerchio, ovvero una traduzione, da parte dell’autore, dell’esperienza ultraterrena, comprensibile a chi non ha ricevuto come lui la grazia di compiere il viaggio.

Lo scarto tra il dominio del cerchio e quello del quadrato è dunque assimilabile, nella *Commedia*, a quello tra la dimensione trascendente e l’umana condizione di finitezza. Ma questa discontinuità tra le due dimensioni e il carattere di straordinarietà che contraddistingue l’accesso a quella più che umana sono temi su cui l’intera cantica è imperniata e di cui Dante fa menzione fin dalla nota terzina di *Paradiso* I:

Trasumanar significar *per verba*
non si poria; però l’esempio basti
a cui esperienza grazia serba.
(*Par.* I, vv. 70-72)

Il neologismo dantesco «trasumanar» puntualizza e riassume in un solo termine quanto detto. L’esperienza del pellegrino non si può «significar *per verba*», ridire con parole umane, ma se ne può offrire solo un esempio, che in questo caso consiste nell’episodio di Glauco, il pescatore che, secondo il mito, si trasformò in creatura marina mangiando un’erba incantata. Questa considerazione ci riporta ai versi finali del poema: anche in quell’occasione veniva ripetutamente constatata dall’autore l’insufficienza delle facoltà umane. Eppure, in entrambi i casi, nonostante le difficoltà sperimentate, Dante non rinuncia a narrare ciò che vede. Nel primo canto, egli descrive la sua condizione appunto attraverso un esempio; similmente, in *Par.* XXXIII, intervallata dalle dichiarazioni di ineffabilità, la visione è narrata per mezzo di immagini metaforiche, tra cui proprio quella del «geometra». Quindi,

sebbene sia frequentemente sottolineata l'impossibilità di esprimere a parole l'accaduto, Dante riesce sempre, infine, a tradurlo in poesia, anche se attraverso espedienti retorici. Evidentemente, la parola poetica non è una parola qualunque: il viaggio oltremondano non è forse raccontabile per mezzo della parola comune, ma la poesia può cogliere alcuni frammenti delle eccezionali esperienze vissute e dare loro forma. L'esempio e la similitudine sono due tra gli strumenti fondamentali di cui il poeta si serve per attuare questa quadratura nel poema.

3. PER UNA LETTURA DI AMELIA ROSSELLI

Proprio questa concezione del problema – all'interno di un più ampio quadro caratterizzato dal recupero di Dante da parte degli autori del secolo scorso – sembra risuonare in *Variazioni belliche*, prima raccolta poetica pubblicata da Amelia Rosselli, uscita nel 1964. Nella sua scrittura, intessuta di riferimenti scopertamente danteschi, che si addensano peraltro in corrispondenza di passaggi di carattere spiccatamente metapoetico, assume infatti un ruolo significativo il concetto di quadratura del cerchio che, come si potrà osservare, portando su di sé i significati di cui è stato caricato lungo la sua storia, si presta all'autrice come una delle immagini più appropriate per parlare del suo fare poesia.

3.1 DICHIARAZIONE DI POETICA (SPAZI METRICI)

Punto di partenza per questa indagine è il saggio *Spazi metrici* (1962), dichiarazione di poetica dell'autrice che sarà allegata in appendice a *Variazioni belliche*. In questo breve testo, Amelia Rosselli propone una sistemazione teorica del suo procedimento compositivo, che nasce da un dialogo inscindibile tra l'esperienza trilingue della poetessa e la sua alta padronanza della teoria musicale ed etnomusicologica. La parola è infatti trattata dall'autrice come «idea» e diviene l'«unità metrica e spaziale» del sistema in cui è inserita. Se ne riscopre così anche il valore sonoro, che trascende quello meramente grammaticale e fa sì che la lettura venga considerata nel suo duplice aspetto di operazione visiva e uditiva.

Obiettivo di Rosselli è infatti quello di ridefinire e riorganizzare puntigliosamente lo spazio all'interno del quale la materia linguistica possa trovare una disposizione allo stesso tempo grafica e sonora, secondo modelli matematico-musicali il più possibile esatti. Arriva così a realizzare, a partire dalla scrittura del poemetto *La libellula* (1958), uno scardinamento del rapporto con la metrica

tradizionale, rinnovandolo dall'interno senza tuttavia annullarlo: considera infatti il verso libero, che va affermandosi in quegli anni, banale e privo di giustificazione storica.

Il risultato di questa riflessione è dunque un'organizzazione del testo sulla pagina (e di conseguenza anche della sua lettura) in una forma geometricamente prestabilita, ma allo stesso tempo variabile, non cristallizzata a priori, che si genera contestualmente allo stesso prendere corpo dell'idea attraverso la parola. Il procedimento adottato dall'autrice, infatti, consiste nel fissare definitivamente la larghezza di ogni verso a partire dall'estensione grafica e sonora del primo; Rosselli prediligeva pertanto la battitura a macchina, che le permetteva di stabilire spazi perfettamente uguali, rispetto alla scrittura a mano, avvicinandosi il più precisamente possibile, nel risultato su carta, al quadro teorico da lei fissato.

Si noti ora che l'espressione "spazio metrico" appartiene al lessico tecnico della matematica, dove si riferisce a un insieme di elementi (punti) nel quale è definita una distanza, detta anche metrica. Mediante uno spazio metrico si può lavorare a un livello di precisione variabilmente intermedia tra l'astrattezza dello spazio topologico, in cui non si dà la nozione di distanza, e la precisione dello spazio euclideo (di cui è un tipo esemplare il piano cartesiano). Non è da escludere che Amelia Rosselli fosse perlomeno a conoscenza del significato matematico dell'espressione da lei stessa scelta come titolo del suo saggio, dato che testimonia in prima persona i propri studi di matematica e fisica volti miratamente alla formulazione dello spazio in cui collocare quasi geometricamente la sua poesia. Lo spazio metrico rosselliano, infatti, al pari di quello matematico, è un tentativo di dare consistenza al proprio dettato interiore arginandolo attraverso l'adeguamento a una forma prestabilita, pur riuscendo a mantenere un certo margine di libertà di movimento interno. Rosselli scrive, a tal proposito, di inquadrare la materia poetica in un tempo-spazio assoluto, in una metrica totale, in cui qualsiasi tipo di ritmo poteva riempire il testo che prendeva la forma di un «quadrato a profondità timbrica».

Gli "oggetti linguistici" (nella classificazione rosselliana: lettera, sillaba, parola, frase e periodo) possono essere infatti considerati come un insieme di punti, sia nel senso di «punti referenziali della mente», come li definisce l'autrice stessa nel saggio, che in quello di luoghi fisici della poesia che possono essere localizzati mediante coordinate spaziali. L'espressione poetica risulta così a metà tra due poli: da un lato la parola, leggibile e pronunciabile, in un certo senso materiale; dall'altro l'idea, immagine o sensazione che si presenta nella mente. Dantesca mente, questa zona di tensione in cui si trova la poesia per Rosselli potrebbe essere definita come luogo intermedio tra «*verba*» e «*vista*», tra scrittura e visione.

Si può inoltre notare che, per riferirsi a questo tipo di discorso, la poetessa utilizza un'immagine precisa, ovvero quella della quadratura del «tempo-spazio» (*Spazi metrici*) con cui ha a che fare. Il tema della quadratura del cerchio diviene così immagine metaforica estremamente efficace dello spazio metrico. Sulla base di quanto illustrato in precedenza, emerge allora come Dante rappresenti un ipotesto fondamentale per l'autrice: la similitudine paradisiaca del «geomètra» parrebbe infatti rappresentare la fonte privilegiata da cui Rosselli preleva tale immaginario. I lavori critici più recenti hanno mostrato come le tessere dantesche siano inserite dalla poetessa all'interno dei suoi testi in corrispondenza di riflessioni metapoetiche; ciò si adatterebbe perfettamente al nostro caso, come sarà ancora più evidente nell'analisi dei componimenti poetici.

3.2 UNA PROPOSTA DI LETTURA DI ALCUNI TESTI (DA VARIAZIONI BELLICHE)

Questa ricerca metrica costituisce anche un cruciale elemento, variamente trasformato, che ricorre nelle poesie stesse che compongono la raccolta (spesso dal forte portato metaletterario), come in una galleria d'arte il cui senso si rivela tanto nei singoli quadri quanto nell'opera completa. Può essere a tal proposito utile osservare come, nel tentativo di conquista di questo spazio, la ricerca metrica dialoghi, oltre che ovviamente col campo musicale, anche con quello pittorico: Rosselli paragona appunto la forma rettangolare dei quadri a quella di molti testi della poesia contemporanea, i quali cercano di ricoprire lo spazio con le parole come fossero, oltre che timbri vocalici, anche colori. Nel già ricordato procedimento adottato da Rosselli per costruire i propri componimenti in forma quadrata-rettangolare, la larghezza del quadro spaziale e temporale fa sì che ogni verso si estenda rispettando «il limite destro del quadro» (*Spazi metrici*), indipendentemente dal significato delle parole che finiscono per trovarsi in posizioni privilegiate, dando luogo a un modo rivoluzionario di comporre un testo.

Un testo particolarmente significativo per esemplificare quanto introdotto è il nono componimento della sezione *Variazioni* (1960-1961), che qui riportiamo.

Ma se la morte vinceva era la corrosione ad impedirmi di
rivelare agli altri ciò che mancava in me. La scienza dei
numeri era la mia fortitudine, la scienza degli amori la
mia debolezza. Io non sono un Cinese! Non ho potere! Le
mie condizioni sono di naufragare! Nel naufragio della
grande rondine che sorvolava su della mia testa veramente
tonda era il segreto della mia misantropia. Cantavo storie

e scendevo di un gradino ad ogni mal passo. Su della mia testa veramente tonda nasceva il quadrato della certitudine. Se nella testa veramente tonda nasceva il ritorno impossibile alle antiche maniere allora nella mia testa veramente tonda cadeva il grano il sale di Dio, l'ultima miniera. Se nella tonda testa di Dio era l'incremento della giornata allora nelle smorfie dei giovani intravedevo la bontà. Ma la pece, il nero, la grandine, le sfuriate, la rivolta, la cannonata, il paese fuori di sé controllava ogni mia mossa. Antica civiltà descritta nei libri tu sei la rivolta che non si fece domare, tu sei il mare che tinge di rosso la sfuriata dei venti e porta all'alba una canzone.

Si noti innanzitutto la disposizione grafica del testo sulla pagina che, come teorizzato in *Spazi metrici* e similmente a quanto accade per la maggior parte delle poesie del libro, sembra occupare approssimativamente un quadro – il «quadrato» che l'autrice punta a costituire – la cui misura è stabilita dal primo verso. A livello semantico, si osservino i caratteri manifestamente metapoetici, su cui il testo sembra essere imperniato. Il componimento si apre infatti con una dichiarazione di impotenza da parte dell'autrice, di incomunicabilità rispetto a un generico pubblico («era la corrosione ad impedirmi di / rivelare agli altri ciò che mancava in me», vv. 1-2). Il tema del rapporto dell'io lirico con la parola poetica attraversa il testo, ma lo fa, come si vedrà, cambiando continuamente di segno: dopo lo scacco dichiarato nei primi due versi, infatti, l'io sembra essere riportato in condizione di dire («Cantavo storie», v. 7), possibilità peraltro espressa attraverso il verbo «cantare», che è senza dubbio pregnante intrinsecamente e tanto più lo è nel lavoro di una poetessa come Rosselli, che fa del rapporto dei suoi testi con la musica una delle chiavi di lettura della sua opera. I versi conclusivi si inseriscono in questa traccia («tu sei il mare che tinge di rosso la / sfuriata dei venti e porta all'alba una canzone», vv. 18-19), con il termine in *explicit* strettamente connesso al termine «canto» e la menzione dei «venti», che sono anch'essi figura della poesia in questo libro.

A questi elementi si aggiunge qui, forse più esplicitamente che in ogni altra poesia, il tema della quadratura del cerchio: sulla «testa veramente tonda», della poetessa «nasceva il quadrato della certitudine» (v. 9), il quale cerca di imporsi, attraversando reiterati fallimenti, sul cerchio che è riproposto come una sorta di *refrain* che attraversa tutto il testo tramite l'aggettivo «tonda», per ben cinque volte in diciannove versi. L'operazione di ricerca dell'autrice è effettivamente da lei assimilata al tentativo di risoluzione del problema geometrico, e richiama un

immaginario ancora una volta scopertamente dantesco. Come accade nella terza cantica del poema, però, anche in Rosselli la quadratura resta probabilmente una questione aperta, sebbene a più riprese l'autrice sembri essere giunta alla soluzione, che viene tuttavia subito smentita e rimessa in crisi, sia dal punto di vista formale che contenutistico.

La *variazione* 8, immediatamente precedente, è esemplare in questo senso.

Dopo il dono di Dio vi fu la rinascita. Dopo la pazienza
dei sensi caddero tutte le giornate. Dopo l'inchiostro
di Cina rinacque un elefante: la gioia. Dopo della gioia
scese l'inferno dopo il paradiso il lupo nella tana. Dopo
l'infinito vi fu la giostra. Ma caddero i lumi e si rinfocillarono
le bestie, e la lana venne preparata e il lupo divorato.
Dopo della fame nacque il bambino, dopo della noia scrisse
i suoi versi l'amante. Dopo l'infinito cadde la giostra
dopo la testata crebbe l'inchiostro. Caldamente protetta
scrisse i suoi versi la Vergine: moribondo Cristo le rispose
non mi toccare! Dopo i suoi versi il Cristo divorò la pena
che lo affliggeva. Dopo della notte cadde l'intero sostegno
del mondo. Dopo dell'inferno nacque il figlio bramoso di
distingersi. Dopo della noia rompeva il silenzio l'acre
bisbiglio della contadina che cercava l'acqua nel pozzo
troppo profondo per le sue braccia. Dopo dell'aria che
scendeva delicata attorno al suo corpo immenso, nacque
la figliola col cuore devastato, nacque la pena degli uccelli,
nacque il desiderio e l'infinito che non si ritrova se
si perde. Speranzosi barcoliamo fin che la fine peschi
un'anima servile.

Anche in questo caso, sono numerosi gli elementi metaletterari disseminati lungo il testo, i quali vanno a creare un gioco di oscillazioni tra successo e fallimento della quadratura, che ben rappresenta la continua tensione rosselliana verso la perfezione dello «spazio metrico», che mai si realizza compiutamente. Per due volte nel testo occorre il termine «inchiostro», scoperta allusione all'attività della scrittura, in entrambi i casi apparentemente in un contesto di segno positivo: nel primo in riferimento a una situazione di «gioia» (vv. 2-3); nel secondo di esso si dice che tale «inchiostro» «crebbe» e l'affermazione è seguita da un ulteriore rimando alla composizione poetica (vv. 9-10). Le due immagini, che sembrano appunto suggerire una riuscita realizzazione del gesto poetico, vengono però subito smentite dal richiamo nel primo caso a un imprecisato «inferno» che segue la «gioia» (vv. 3-4)

e nel secondo da immagini che alludono alla morte di Cristo, con una seconda occorrenza del termine «inferno» (vv. 10-13). Un movimento simile si ripete anche nella *variazione* 9, già introdotta in precedenza: al termine del discorso incentrato sulla quadratura del cerchio, a un barlume di speranza che sembra fugacemente attraversare la mente della poetessa (v. 14) si oppone drasticamente la frase successiva introdotta da una forte avversativa che apre una serie di termini che evocano un'atmosfera infernale, la quale interferisce con il tentativo di contatto tra Dio e l'io, accomunati dall'aver la "testa tonda". Questo preludio a un nuovo fallimento, tuttavia, sarà ancora una volta rovesciato dalla «canzone» «all'alba» dell'ultimo verso di cui si è già discusso in precedenza.

Questo continuo e instancabile ribaltamento di fronte è peraltro osservabile anche a livello di macrostruttura, se si esamina più in generale l'architettura del libro, all'interno del quale i testi tra loro dialogano, si interrogano e si rispondono a distanza attraverso riprese tematiche, lessicali e ritmiche. Le due *variazioni* fin qui considerate sono in questo senso emblematiche. L'ottavo componimento della sezione, infatti, sembra configurarsi come una frenetica ricerca dello «spazio metrico», di cui è protagonista l'io lirico che, come una «contadina che cercava l'acqua nel pozzo / troppo profondo per le sue braccia» (vv. 15-16), si muove in uno spazio ancora «infinito» (termine che ricorre ben tre volte nel testo), in cui cerca di stabilire i limiti, innanzitutto grafici. Il tormento che si svolge lungo i versi termina con una speranza (vv. 20-21), protesa al raggiungimento di una «fine» che può qui forse essere interpretata, nel contesto della teoria metrica rosselliana, come la conquista del quadro di cui è in cerca. Ma, come si è potuto notare, il componimento immediatamente successivo si apre ancora una volta con un'avversativa, che fa immediatamente crollare su se stessa la pur labile certezza faticosamente ottenuta. Il «ma» incipitario apre peraltro alla dichiarazione di incomunicabilità sopra ricordata e, più in generale, a una nuova situazione di «naufragio» per l'io poetico, che entra ancora una volta nella tensione tra «testa veramente tonda» e «quadrato della certitudine». A questo proposito, possiamo ipotizzare che la tensione tra i due poli – tra i quali la poetessa cerca uno spazio intermedio in cui collocare la sua parola – la porti a definire il proprio operare come «faccende nostre [...] di quadratura del circolo infame» (*variazione* 14), testimoniando da un lato l'inconciliabilità tra gli estremi del quadrato e del cerchio, e dall'altro, con il sostantivo «faccende» e l'aggettivo «infame», il carattere di lavoro e soprattutto di travaglio che caratterizza, nella sua visione, l'attività poetica, come se la poesia, in quanto tentativo di quadratura, si prendesse gioco della poetessa-geometra, che non può darsi pace.

Questa dinamica attraversa in effetti tutto il libro. Altro testo chiave in questo senso è la *variazione* 65, dove all'idea di uscire da «mura», di liberarsi da una struttura che imprigiona ma al contempo definisce e delimita (concetto che ritorna frequentemente, sotto diverse forme, nel corso dei componimenti) si accosta quella dell'ineffabile, di una lingua che fatica a prendere forma («Se la colpa è degli uomini allora che Iddio venga / a chiamarmi fuori dalle sue mura di grossolana cinta / verdastra come l'alfabeto che non trovo», vv. 1-3). Anche questo testo, peraltro, si conclude con la menzione di «albe felici» portate da un «vento veloce», dopo un'apertura tutt'altro che incoraggiante.

Spesso la ricerca di Dio costituisce una metafora della ricerca di un nuovo vocabolario per la composizione poetica, elemento che compare in tutti e tre i testi fin qui considerati e che richiama con ancora più forza l'ipotesto dantesco. A ben vedere, la tematica si incontra fin dal primo testo di questa sezione, che si apre con il potente verso «Se nella notte sorgeva un dubbio su dell'essenza del mio / cristianesimo» (vv. 1-2). La «notte» qui citata – che verrà variamente superata dalle «albe» nelle poesie seguenti, poi a loro volta continuamente rovesciate – è il momento del «dubbio» intorno al metaforico Dio di cui si stanno cercando i limiti e i confini, attraverso un'indagine che conduce a una «prigionia» (termine in *explicit* di questo compimento) a lungo agognata, ma rigettata dall'autrice una volta conquistata. Il reiterato scacco subito dall'io nel tentativo di comunione con Dio provoca nel soggetto una forte delusione, che può implicare una messa in discussione del dogma dello spazio metrico.

In effetti, se si riprendono le parole di Rosselli in *Spazi metrici*, emerge come la sua proposta teorica, per quanto definita e precisa, rimanga un tentativo, una tensione, tanto che in conclusione del saggio si legge che «la realtà è così pesante che la mano si stanca, e nessuna forma la può contenere». È dunque intrinseca al quadro che la poetessa fissa una minaccia di rottura, in quanto la quadratura rosselliana è un'operazione di ricerca di avvicinamento, che procede dunque per approssimazione, ma mai si compie.

Attraverso il percorso che abbiamo illustrato, il problema della quadratura del cerchio approda quindi nell'opera di Amelia Rosselli come metafora del suo fare poesia, ma senza possibilità di risoluzione, a differenza di quanto avveniva nella *Commedia*. Dante, infatti, aveva trovato una propria risposta all'insolubile problema proprio nella realizzazione del «poema sacro». Pur non nascondendo l'insufficienza umana davanti all'ultima visione, infatti, la *Commedia* si propone come un'opera che, in quanto «quadrato» che può dire del «cerchio» ciò che l'autore ne ha colto, può aspirare – per dirla con le parole dell'autore nella lettera a Cangrande della Scala – ad allontanare l'umanità dallo stato di miseria e condurla a uno stato di felicità.

L'io lirico rosselliano resta invece completamente immerso nella contraddizione, che, non potendo essere circoscritta e racchiusa come nel caso della *Commedia* dantesca, piuttosto circonda le *Variazioni belliche*, che in essa continuano a oscillare alla ricerca del “quadrato”. È però proprio in questo « naufragio » – per riprendere un termine chiave dalla nona *variazione* – all'interno dell'indefinibilità che Amelia Rosselli riesce a sfruttare a proprio favore la mancanza di una soluzione: la tensione tra il “cerchio” e il “quadrato”, tra la visione e la parola, diviene uno strumento concettuale di primaria importanza per affrontare temi intrinsecamente contraddittori. La poetessa supera così, infatti, la tradizionale distinzione – in realtà mai davvero netta – secondo cui sono concepite alcune coppie di opposti, convertendola nella possibilità di muoversi al di là della razionalità. Abolendo i confini che separano, ad esempio, l'io dal tu, il femminile dal maschile, il singolare dal plurale, Rosselli esplora un campo in cui il parziale annullamento dei principi logici di non contraddizione e del terzo escluso permette, a lei e ai suoi lettori, di toccare tematiche altrimenti forse inesprimibili.

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

[1]

M. Amati, *Meton's Star-City: Geometry and Utopia in Aristophanes' Birds*, CV, 3, 2010, pp. 213-227.

Archimede, *Opera Omnia cum Commentariis Eutocii*, a cura di J.L. Heiberg, 3, Lipsiae: Teubner, 1880-1881.

Aristofane, *Aristophanes: Birds. With Introduction and Commentary*, a cura di N. Dunbar, Oxford: Clarendon Press, 1995.

Aristofane, *Aves, Nubes*, in *Aristophanes Comoediae*, a cura di F.W. Hall e W.M. Geldart, Oxford: Clarendon Press, 1907.

Aristotele, *Categoriae, De Sophisticis Elenchis, Analytica Posteriora*, in Id., *Opere filosofiche*, a cura di M. Zanatta, Torino: UTET, 1996.

Euclide, *Elementa*, ed. J.L. Heiberg, XII, 2, Lipsiae: Teubner, 1883-1888.

Pappo Alessandrino, *Collectiones quae supersunt*, a cura di F.O. Hultsch, Berlin: Weidmannsche Buchhandlung, 1876.

Platone, *Repubblica*, a cura di G. Reale e R. Radice, Milano: Bompiani, 2009.

Plutarco, *Moralia*, III, a cura di G. N. Bernardakis, Lipsiae: Teubner, 1891.

I presocratici. Prima traduzione integrale con testi originali a fronte delle testimonianze e dei frammenti nella raccolta di Hermann Diels e Walther Kranz, a cura di G. Reale, Milano: Bompiani, 2006.

Proclo, *In primum Euclidis Elementorum librum commentarii*, a cura di G. Friedlein, Leipzig: Teubner, 1873.

L. Russo, *La rivoluzione dimenticata*, Milano: Feltrinelli, 2021.

R.E. Wycherley, *Birds 995-1009*, «Classical Quarterly», XXXI, 1937, pp. 22-31.

[2]

Tutte le citazioni dalla *Commedia* sono tratte da D. Alighieri, *La Commedia secondo l'antica vulgata*, a cura di G. Petrocchi, Firenze: Le Lettere, 1994. Le altre opere di Dante si intendono consultate dalla piattaforma *Dante online* a cura della Società Dantesca Italiana. I commenti si intendono consultati dalla piattaforma *Dartmouth Dante Project*.

P. Falzone, *Il sole dei sapienti: Paradiso X (I)*, «Bollettino di Italianistica. Rivista di critica, storia letteraria, filologia e linguistica», XIII, 1, 2016, pp. 5-30.

J. Freccero, *The Final Image: Paradiso XXXIII, 144*, «MLN», LXXIX, 1, 1964, pp. 14-27.

R.B. Herzman, G.W. Towsley, *Squaring the circle: "Paradiso" 33 and the poetics of geometry*, «Traditio», XLIX, 1994, pp. 95-125.

G. Ledda, *Canto XXXIII*, in *Lectura Dantis Bononiensis, Paradiso*, a cura di E. Pasquini e G. Ledda, Bologna: Bononia University Press, 2023, pp. 544-558.

G. Ledda, *La guerra della lingua. Ineffabilità, retorica e narrativa nella «Commedia» di Dante*, Ravenna: Longo Editore, 2002.

[3]

F. Carbognin, *Notizie sui testi*, in A. Rosselli, *Rosselli. L'opera poetica*, Milano: Mondadori, 2012.

C. Carpita, «At the 4 pts. of the turning world». *Dialogo e conflitto con l'opera di T.S. Eliot nella poesia di Amelia Rosselli*, «Per Leggere», XII, 22, 2012, pp. 81-106.

S. Giovannuzzi, *Rosselli: Dopo il dono di Dio*, Roma: Carocci, 2023.

D. La Penna, «La promessa d'un semplice linguaggio». *Lingua e stile nella poesia di Amelia Rosselli*, Roma: Carocci, 2013.

P.V. Mengaldo, *Poeti italiani del Novecento*, Milano: Mondadori, 1978.

A. Rosselli, *Introduzione a Spazi metrici*, in Ead., *Una scrittura plurale, Saggi e interventi critici*, a cura di F. Caputo, Novara: Interlinea, 2004.

A. Rosselli, *Le poesie*, a cura di E. Tanello, Milano: Garzanti, 2023.

C. Santarelli, *Amelia Rosselli legge Dante. Il V canto dell'Inferno in Variazioni belliche*, «Finzioni» III, 2, 2022, pp. 107-136.

A. Zorat, *Intorno a libertà e prigionia: alcune riflessioni su Variazioni Belliche di Amelia Rosselli*, «Revue des littératures de l'Union Européenne» 2, 2005, pp. 1-11.

Finito di stampare nel mese di novembre 2025
per i tipi di Bologna University Press